

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

FACOLTÀ DI SCIENZE
MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

Tesi di Laurea Specialistica in
ASTROFISICA E FISICA DELLO SPAZIO

EQUILIBRIO IDROSTATICO
IN SIMULAZIONI CONTROLLATE
DI COLLISIONI DI AMMASSI DI GALASSIE



Relatore :
Prof. Stefano BORGANI

Laureando :
Gisella DE ROSA

Correlatore :
Dott. Pierluigi MONACO

ANNO ACCADEMICO 2007-2008

Indice

Introduzione	1
1 Gli Ammassi di Galassie	4
1.1 Emissione in Banda X	5
1.2 Stato delle osservazioni in banda X	8
1.3 Cosmologia con ammassi di galassie	14
1.3.1 La frazione barionica	14
1.3.2 Evoluzione della funzione di massa degli ammassi di galassie .	16
1.4 Stime di massa	18
1.4.1 Il metodo idrostatico	18
1.4.2 Metodo Idrodinamico	20
1.5 La relazione $M - T$	21
2 Metodi Numerici	24
2.1 I metodi a N-corpi	25
2.1.1 Il metodo Particle-Particle (PP)	26
2.1.2 Il metodo Particle-Mesh (PM)	26
2.1.3 Il metodo Particle-Particle-Particle-Mesh (P^3M)	27
2.1.4 Il metodo ad albero gerarchico (TREE-CODE)	27
2.2 I metodi idrodinamici	28
2.2.1 I metodi Euleriani	29
2.2.2 I metodi Lagrangiani: <i>lo Smoothed Particle Hydrodynamics</i> (SPH)	29
2.3 Il codice GADGET-2	32
3 Collisioni tra aloni isolati: condizioni iniziali	34
3.1 Simulazioni numeriche e stime di massa	34
3.2 Gli aloni isolati	40
3.2.1 Condizioni iniziali	40
3.2.2 Le nostre simulazioni	41
3.2.3 Cinematica delle collisioni	51
3.2.4 Bagno termico	59
3.2.5 Stabilità delle condizioni iniziali	59

4	Collisioni tra aloni isolati: risultati	63
4.1	Collisione con rapporto di massa 1 : 6	64
4.1.1	Evoluzione a $1 t_{dyn}$	64
4.1.2	Evoluzione a $3 t_{dyn}$	68
4.1.3	Evoluzione a $6 t_{dyn}$	71
4.1.4	Evoluzione a $9 t_{dyn}$	71
4.1.5	Evoluzione a $12 - 13 - 14 - 15 t_{dyn}$	73
4.1.6	Evoluzione a $18 t_{dyn}$	80
4.2	Rilassamento dell'ICM	84
4.2.1	Rapporto di massa 1 : 2	87
4.2.2	Rapporto di massa 1 : 3	87
4.2.3	Rapporto di massa 1 : 6	92
4.2.4	Rapporto di massa 1 : 10	92
4.3	Effetto della scelta del bagno termico	92
5	Conclusioni e prospettive future	100
A	Elementi di cosmologia	103
A.1	Il principio cosmologico	103
A.2	Proprietà dell'Universo su larga scala	104
A.2.1	La legge di Hubble	104
A.2.2	L'isotropia della radiazione cosmica di fondo nelle microonde (CMB)	104
A.2.3	La densità media dell'Universo	105
A.2.4	Fotoni e neutrini	105
A.2.5	Le Galassie	105
A.2.6	Ammassi di galassie	106
A.2.7	La componente barionica	106
A.2.8	La componente di materia oscura non barionica	106
A.3	Le equazioni di Einstein e la costante cosmologica	107
A.4	La metrica di Robertson-Walker	109
A.5	Le equazioni di Friedmann	110
A.5.1	I modelli di Friedmann	113
A.5.2	Vincoli osservativi	114
A.6	La formazione delle strutture cosmiche	116
A.6.1	Lo spettro delle perturbazioni di densità	116
A.6.2	Evoluzione lineare delle perturbazioni	118
A.6.3	Evoluzione in regime non lineare	119
A.6.4	La funzione di massa degli aloni di materia oscura	120

Introduzione

Negli ultimi decenni la cosmologia è divenuta a pieno titolo una dottrina scientifica grazie alla grande quantità di dati accurati resi disponibili dalle recenti campagne osservative. Le attuali osservazioni risultano tutte interpretabili all'interno del cosiddetto *modello di concordanza*, in base al quale la geometria dell'Universo osservabile è indistinguibile da una geometria piatta.

Le due componenti dominanti dell'Universo sembrano essere una forma non barionica di materia oscura, la cui gravità contribuisce alla formazione delle strutture cosmiche, ed una misteriosa forma di energia oscura, la cui pressione causa l'accelerazione dell'espansione dell'Universo. Questo modello è in realtà in grado di spiegare parte delle caratteristiche dell'Universo osservabile, ma non è interamente soddisfacente in quanto la natura della materia oscura e l'origine dell'energia oscura rimangono tuttora sconosciute.

In questo contesto gli ammassi di galassie sono traccianti unici dell'evoluzione cosmica, dato che sono i più grandi oggetti osservabili gravitazionalmente legati. Misure dell'attuale distribuzione di massa degli ammassi vicini, e della sua evoluzione in funzione del redshift possono essere utilizzate per misurare il tasso di formazione delle strutture cosmiche, ottenendo importanti vincoli sui modelli cosmologici.

Affinchè tali vincoli risultino stringenti è però necessario che le masse di questi sistemi siano stimate con ottima precisione.

Il metodo oggi più utilizzato per misurare la massa degli ammassi di galassie si basa sull'osservazione in banda X della radiazione di bremsstrahlung emessa dal plasma caldo contenuto all'interno delle buche di potenziale gravitazionale della materia oscura. Grazie alle osservazioni effettuate con i telescopi X di ultima generazione è infatti possibile ottenere per gli ammassi vicini i profili di densità e di temperatura del gas fino a qualche frazione del raggio viriale. Partendo dai profili così ottenuti siamo in grado di ricostruire il profilo radiale della massa totale del sistema, purchè questo verifichi alcune proprietà fondamentali. È necessario prima di tutto che il gas sia in una condizione di equilibrio idrostatico, cioè che la forza gravitazionale sia bilanciata in ogni punto dalla forza di pressione. Si assume poi che sia il potenziale gravitazionale che la distribuzione di gas in esso contenuta presentino una simmetria sferica. Tale metodo è noto con il nome di *metodo idrostatico*. Chiaramente, nel caso in cui tali assunzioni non siano perfettamente valide, la stima di massa ottenuta sarà solo un'approssimazione della massa reale del sistema.

Se vogliamo misure precise della massa delle strutture, al fine di utilizzare i dati ottenuti come prove cosmologiche, è necessario quindi studiare quanto le misure basa-

te sul metodo idrostatico siano dipendenti sia dalle assunzioni di base, sia dagli errori sistematici propri delle osservazioni. Un'analisi di questo tipo può essere effettuata attraverso l'utilizzo di simulazioni numeriche, che permettono il confronto diretto tra la massa reale delle strutture e la massa ricavata con il metodo idrostatico. A tal fine, generalmente, viene costruito un campione di ammassi di galassie, selezionati all'interno di una simulazione cosmologica, e se ne simula l'osservazione con i telescopi X. I dati così ottenuti possono essere quindi analizzati sia seguendo una procedura di tipo osservativo, partendo cioè dai profili di densità e temperatura proiettati lungo la linea di vista selezionata per simulare l'osservazione, sia sfruttando interamente l'informazione numerica, dunque partendo dai profili tridimensionali delle stesse grandezze. In particolare quest'ultimo metodo permette di studiare direttamente la dipendenza della misura di massa dallo stato dinamico del mezzo intra-cluster (ICM), indipendentemente dai metodi di ricostruzione seguiti in banda X.

Nello scenario cosmologico oggi preferito, caratterizzato dalla presenza di materia oscura fredda (*Cold Dark Matter*, CDM), la formazione delle strutture cosmiche avviene in maniera gerarchica: le prime strutture a formarsi sono le più piccole (le galassie), che diventano poi i mattoni per la costruzione delle strutture maggiori (scenario *Bottom-Up*). In questo scenario dunque gli ammassi di galassie sono le strutture formatesi più recentemente, per mezzo di collisioni successive di strutture minori. Tali collisioni perturbano chiaramente l'ICM alterandone le caratteristiche termodinamiche. Bisogna quindi considerare che lo stato dinamico del gas sarà influenzato dalla presenza di tali collisioni, che potrebbero comportare violazioni significative della condizione di equilibrio idrostatico di cui dobbiamo tener conto al fine di avere una buona conoscenza dell'affidabilità delle stime di massa da osservazioni in banda X.

Questo lavoro di tesi si prefigge appunto lo scopo di realizzare una procedura per caratterizzare numericamente le violazioni di equilibrio idrostatico dovute a collisioni tra ammassi di galassie. Studiare l'effetto di una singola collisione su un ammasso in evoluzione in un ambiente cosmologico può essere molto complesso, data la presenza di collisioni e fenomeni di accrescimento successivi. Abbiamo quindi deciso di ricorrere a simulazioni controllate di collisioni tra aloni isolati: ci concentreremo cioè su un singolo episodio della storia evolutiva degli ammassi di galassie. Tale procedura presenta l'indiscutibile vantaggio di permettere il controllo delle strutture iniziali e delle orbite di collisione. Simuleremo dunque un set di collisioni tra aloni isolati e monitoreremo lo stato dinamico dell'ICM durante tale processo, concentrandoci in particolare sulla fase di rilassamento del gas a seguito dello scontro. Grazie alla scelta di utilizzare le simulazioni controllate ci è possibile infatti analizzare gli effetti a lungo termine delle collisioni sullo stato di equilibrio del gas.

Uno studio di questo tipo, che ha come scopo la verifica della bontà delle stime di massa ottenute a partire da osservazioni in banda X degli ammassi di galassie, risulta particolarmente importante nella prospettiva delle prossime campagne osservative in tale banda (eROSITA, IXO, WFXTE), che si prefiggono l'osservazione di un campione numericamente elevato di ammassi di galassie con una risoluzione più elevata di quella oggi raggiungibile.

In particolare la tesi è organizzata come segue:

- Nel primo capitolo presenteremo un'introduzione allo studio degli ammassi di galassie. Dopo una descrizione delle proprietà in banda X dell'ICM ci concentreremo sui risultati delle ultime osservazioni in tale banda, che rappresentano la maggior parte dell'attuale conoscenza sulla termodinamica dell'ICM. Introduciamo poi i possibili utilizzi degli ammassi di galassie come prove cosmologiche ed analizzeremo in dettaglio i metodi per stimare la massa di queste strutture basati appunto sulle osservazioni in banda X.
- Nel secondo capitolo analizzeremo le principali tecniche di analisi numerica utilizzate in ambito cosmologico. Introduciamo le caratteristiche principali dei codici N -corpi e di quelli idrodinamici, analizzando la fisica attualmente implementata sia per la componente non-collisionale (materia oscura) che per quella collisionale (materia barionica). Forniremo quindi una descrizione dettagliata del codice GADGET-2 utilizzato per le nostre simulazioni.
- Nel terzo capitolo verranno definite le condizioni iniziali delle collisioni che andremo a simulare. Dopo aver generato gli aloni isolati ci concentreremo sullo studio dello stato dinamico dell'ICM in essi contenuto, al fine di essere certi che le strutture che andremo a far collidere siano in equilibrio idrostatico. Passeremo quindi alla scelta della cinematica iniziale e delle condizioni ambientali che caratterizzeranno le nostre collisioni, soffermandoci sulla verifica della stabilità delle stesse.
- Nel quarto capitolo caratterizzeremo qualitativamente e quantitativamente l'evoluzione di una singola collisione evidenziandone i momenti salienti e le violazioni di equilibrio che ne conseguono. Ci concentreremo poi sulla fase di rilassamento a seguito dello scontro per tutte le collisioni simulate e daremo una stima quantitativa dei tempi caratteristici entro i quali l'equilibrio idrostatico viene recuperato all'interno della struttura, evidenziando i risultati originali ottenuti con la nostra analisi.
- Nel quinto capitolo riassumeremo i risultati ottenuti e introdurremo i possibili sviluppi del nostro lavoro.
- Nelle appendici descriveremo brevemente i modelli cosmologici e i processi di formazione delle strutture, in modo da introdurre i concetti base che sono utilizzati nel corso del lavoro di tesi.

Capitolo 1

Gli Ammassi di Galassie

Gli ammassi di galassie sono i più grandi oggetti gravitazionalmente legati che osserviamo nell'Universo. Presentano masse dell'ordine di $10^{14} - 10^{15} h^{-1} M_{\odot}^1$ e sono costituiti prevalentemente di materia oscura ($\sim 80\%$): i barioni infatti rappresentano solo $\sim 20\%$ della massa totale. La maggior parte della componente barionica ($\sim 12\%$ della massa totale) si trova sotto forma di gas caldo e diffuso, il cosiddetto Mezzo IntraCluster (ICM). Durante il processo di formazione degli ammassi, tale gas ha subito importanti fenomeni di shock da accrescimento diffuso e a seguito di collisioni tra ammassi e si è inoltre riscaldato per compressione adiabatica, raggiungendo in tal modo temperature dell'ordine dei $1 - 10$ keV e densità molto basse, dell'ordine di una particella per 10^{-3} cm^3 . Solo una frazione molto piccola di tale gas ($\sim 3\%$ della massa totale) si raffredda per poi formare stelle e galassie, che sono le sole componenti visibili in banda ottica.

Le osservazioni degli ammassi di galassie possono fornire importanti vincoli per la cosmologia: in primo luogo il modello cosmologico standard predice una particolare forma per la loro distribuzione di massa e la sua evoluzione in funzione del redshift, in tal modo la loro osservazione può fornire stime dei parametri cosmologici fondamentali. Inoltre la materia contenuta negli ammassi di galassie è considerata un campione rappresentativo della materia contenuta nell'universo, così gli ammassi di galassie possono essere utilizzati per misurare la frazione cosmologica di massa barionica. Infine gli ammassi di galassie possono essere utilizzati come regoli standard per testare direttamente la geometria dell'universo. Tuttavia per sfruttare appieno le informazioni che deriviamo dalle osservazioni degli ammassi per ottenere vincoli sui parametri cosmologici è necessario acquisire un'accurata conoscenza della loro struttura e delle loro proprietà fisiche.

In una visione semplificata di formazione delle strutture, la componente di materia oscura e la componente barionica collassano sotto la sola azione della forza gravitazionale. Dato che la gravità non presenta scale preferenziali, tale scenario prevede la formazione di sistemi auto-similari che in prima approssimazione si presentano come la versione in scala l'uno degli altri. Sotto l'assunzione che il gas sia in equilibrio idrostatico all'interno delle buche di potenziale della materia oscura, tale modello prevede

¹ M_{\odot} è la massa solare, pari a $1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

l'esistenza di relazioni di scala auto-similari tra le proprietà del gas e la massa totale (vedi Kaiser, 1986; Allen et al, 2004; Voit, 2005).

Tuttavia, le relazioni di scala osservate differiscono da quelle predette dai modelli auto-similari, soprattutto nelle zone interne degli ammassi di galassie. Questa è una chiara indicazione che processi di tipo non gravitazionale, come raffreddamento radiativo e riscaldamento da Nuclei Galattici Attivi (AGN) o esplosioni di Supernovae (SNe), sono in azione nelle zone centrali degli ammassi. Per poter utilizzare gli ammassi di galassie come test di precisione per la cosmologia è dunque necessaria un'approfondita conoscenza della struttura termodinamica del mezzo intra-cluster (ICM) e dei processi fisici che lo caratterizzano.

In questo capitolo presenteremo un'introduzione allo studio degli ammassi, concentrandoci in particolare sulle osservazioni in banda X e sul problema della stima della massa sotto l'assunzione di equilibrio idrostatico.

1.1 Emissione in Banda X

Date le alte temperature e le densità molto basse, il gas intra-cluster, composto principalmente da idrogeno e elio, è otticamente sottile ed interamente ionizzato. Gli elettroni e gli ioni pesanti sono in uno stato di equilibrio collisionale. La radiazione è emessa essenzialmente attraverso meccanismo di *bremstrahlung termico*. Per un gas a temperatura T , l'emissività per unità di frequenza ν è data da (ad esempio Ribicki & Lightman, 1986):

$$\epsilon_\nu = 5.44 \cdot 10^{-52} \bar{Z}^2 n_e n_i T^{-1/2} \bar{g} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \text{ W m}^{-3} \text{ Hz}^{-1} \quad (1.1)$$

dove \bar{Z}^2 è la media del quadrato della carica atomica degli ioni. Il fattore di Gaunt, $\bar{g} \sim 1.2$, è una quantità adimensionale che dipende dall'intervallo di distanze tra ioni ed elettroni alle quali avvengono i processi di scatter, e presenta una debole dipendenza da ν . L'emissività risulta inoltre proporzionale al quadrato della densità del gas, dato che la frequenza delle collisioni è proporzionale al prodotto della densità degli elettroni n_e e di quella degli ioni n_i .

In figura 1.1 sono mostrati esempi di spettri di ammassi di galassie in banda X per varie temperature. Si noti che, a causa del taglio esponenziale dell'emissività da *bremstrahlung*, il continuo risulta essere molto sensibile alle temperature per energie maggiori di T , e poco sensibile per energie minori.

L'emissività in una data banda (integrale di j_ν sulle frequenze limite della banda considerata) si può riscrivere come:

$$\epsilon_\nu = n_e n_H \Lambda(Z, T) \quad (1.2)$$

dove n_e e n_H sono rispettivamente la densità in numero di elettroni e di protoni e $\Lambda(Z, T)$ è la *funzione di cooling* (funzione di raffreddamento), che dipende dalla metallicità del gas Z e dalla sua temperatura. In caso valga la 1.1, se integriamo l'emissività su un ampio intervallo di frequenze, essa scala come $\epsilon \propto T^{1/2}$.

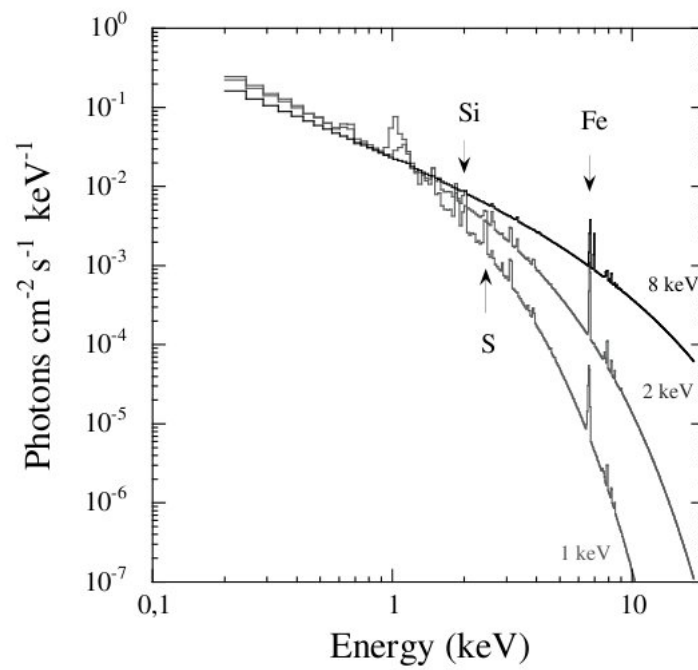


Figura 1.1: Emissione in banda X da un plasma sottile, caratterizzato da metallicità pari a 0.35 abbondanze solari a tre differenti temperature: $T = 1, 2, 8 \text{ keV}$ (Arnaud et al., 2005)

La brillantezza superficiale osservata è data dall'integrale lungo la linea di vista (*Line Of Sight*) dell'emissività:

$$S_X = \frac{1}{4\pi(1+z)^4} \int_{los} n_e n_H \Lambda(T) dl \quad (1.3)$$

Si noti che decresce con il redshift come $(1+z)^{-4}$, tale dipendenza è dovuta all'espansione dell'universo, che causa una perdita di energia dei fotoni. È questo un significativo limite per l'osservazione in banda X di ammassi di galassie a redshift molto alto.

La brillantezza superficiale e gli spettri in banda X rappresentano importanti fonti di informazione riguardo al mezzo intra-cluster.

- **Densità del gas:** come abbiamo visto l'emissività è poco sensibile alla temperatura a basse energie. La distribuzione di densità del gas si può ottenere quindi da immagini X o da profili di brillantezza superficiale in bande poco energetiche (ad esempio soft X 0.5-2 keV). Le osservazioni in banda X sono caratterizzate da un'elevata risoluzione, dunque le immagini in tale banda sono particolarmente indicate per lo studio della morfologia dell'ICM. La densità del gas è calcolata a partire dalla *Misura di Emissione* $EM = \int n_e^2 dl$, che rappresenta la normalizzazione dello spettro in banda X (vedi equazione 1.1). Essa può essere calcolata a partire dalla brillantezza superficiale S_X secondo la:

$$EM = \frac{4\pi(1+z)^4 S_X}{\Lambda(T, z)} \quad (1.4)$$

Dato che nelle bande considerate $\Lambda(T, z)$ dipende solo debolmente dalla temperatura, nel calcolo di EM è possibile utilizzare in prima approssimazione la temperatura media dell'ammasso.

- **Temperatura del gas:** la sua misura richiede dati spettroscopici. La temperatura si ottiene tramite fit dello spettro osservato con spettri teorici ottenuti da modelli di emissione termica convoluti con la funzione di risposta dello strumento (ossia prendendo in considerazione come l'area efficace e la risoluzione spettrale dello strumento variano in funzione dell'energia dei fotoni). La temperatura è vincolata dalla posizione del taglio esponenziale nello spettro. Se vogliamo ottenere una corretta determinazione della temperatura, è dunque necessario avere spettrografi sensibili fino ad energie maggiori di T, tipicamente fino a 10 keV. Inoltre bisogna considerare che l'ICM non è strettamente isoterma. Ciò significa che la temperatura ottenuta tramite fit dei dati con modello isoterma è in realtà una temperatura media lungo la linea di vista e dentro la regione di cluster analizzata (ad esempio Mazzotta et al., 2004).
- **Elementi pesanti:** oltre alla componente continua generata dall'emissione da bremsstrahlung termico, lo spettro in banda X degli ammassi di galassie presenta anche numerose linee di emissione, dovute alla presenza di elementi pesanti. Le uniche linee di emissione visibili chiaramente ad ogni temperatura

sono quelle del complesso K del Ferro, situate intorno ai 6.7 keV (vedi figura 1.1). È possibile anche osservare le linee K di altri elementi (come O, Si, S, con stati di ionizzazione del tipo H e He), così come il complesso L degli stati di ionizzazione più bassi del Fe ($T \sim 1\text{-}2$ keV). Tuttavia l'intensità di tali righe decresce rapidamente con l'aumentare della temperatura. Dunque eccetto che negli ammassi freddi ($T \lesssim 4$ keV) e nei *cooling cores*², è molto difficile misurare abbondanze di elementi diversi dal ferro perchè questi risultano completamente ionizzati.

Vedremo in seguito come a partire dai profili osservati di densità e temperatura in banda X sia possibile dare una stima della massa totale del sistema, sotto le assunzioni di equilibrio idrostatico e sfericità della distribuzione di gas.

1.2 Stato delle osservazioni in banda X

I raggi X sono assorbiti dall'atmosfera terrestre. È dunque necessario osservare oggetti in tale banda tramite telescopi a bordo di satelliti. Al momento sono attivi tre satelliti dedicati alle osservazioni in banda X: XMM-Newton, Chandra e Suzaku.

XMM-Newton e Chandra sono operativi sin dal 1999 e la maggior parte delle attuali conoscenze sull'ICM è basata su osservazioni effettuate con questi due telescopi, che risultano essere complementari sotto vari aspetti. Chandra presenta un'ottima risoluzione spaziale: $\Delta\theta = 0.5''$, mentre XMM-Newton ha una risoluzione decisamente più bassa $\Delta\theta = 8''$. La potenza di XMM-Newton risiede nell'ampia area di raccolta dei fotoni e dunque nell'elevata sensibilità: il satellite è infatti costituito da tre telescopi che operano in parallelo. Il campo di vista è caratterizzato da un diametro di $30'$, che ben si adatta allo studio degli ammassi di galassie. Chandra ha solo un telescopio, con un campo di vista di $17' \times 17'$ (per lo strumento ACIS-I) e un'area efficace rispettivamente 3(5) volte più piccola di quella di XMM-Newton a 1.5(8) keV.

La figura 1.2 mostra le immagini di tre ammassi di galassie in banda X ottenute con il satellite Chandra. L'immagine mette in evidenza la diminuzione del segnale all'aumentare del redshift dell'ammasso.

Il payload scientifico di Suzaku inizialmente era costituito da tre distinti strumenti (Mitsuda et al., 2007). Il primo consta di quattro camere CCD sensibili in banda X, atte a fare imaging (X-ray Imaging Spectrometers, XISs), caratterizzate da una risoluzione spaziale di $\Delta\theta = 2'$, una modesta risoluzione in energia ed un campo di vista di $17.8' \times 17.8'$. Ciascun XIS è collocato sul piano focale del corrispondente telescopio X. Il secondo strumento è un detector nei raggi X duri (Hard X-ray Detector, HXD), che estende notevolmente la banda passante del telescopio, essendo sensibile ad energie tra i 10 e i 600 keV. Il terzo strumento era uno spettrografo sensibile nei raggi X (X-Ray Spectrometer, XRS): la sua funzione era quella di aumentare la risoluzione spaziale dell'osservatorio, tuttavia oggi tale strumento non è più operativo a causa di un danneggiamento dovuto ad una perdita del liquido criogenico.

²regioni centrali caratterizzate da temperature molto basse, presenti in alcuni ammassi di galassie

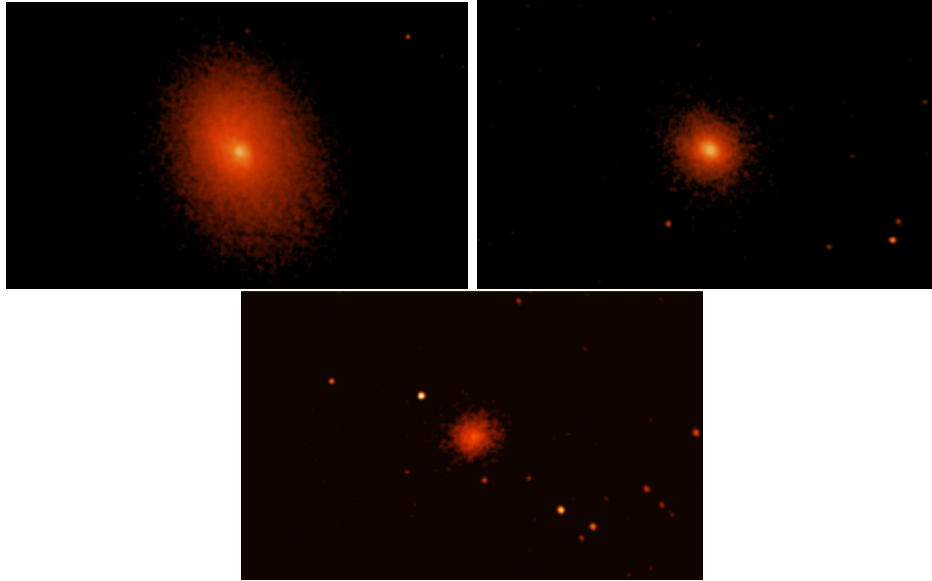


Figura 1.2: Immagini prese dal Chandra Photo Album: tre ammassi di galassie rilassati: Abell 2029 (in alto a sinistra), MS 2137 (in alto a destra) e MS 1137 (in basso), rispettivamente al redshift $z = 0.08$, $z = 0.3$ e $z = 0.8$ (<http://chandra.harvard.edu/photo/>).

Alcune campagne osservative di ammassi di galassie in banda X sono state anche condotte con il telescopio in banda X (X-Ray Telescope, XRT Gehrels et al., 2004) a bordo del satellite SWIFT, nonostante questo sia originariamente dedicato allo studio del riverbero in banda X dei gamma-ray bursts.

Rispetto alla passata generazione di telescopi in banda X, gli attuali strumenti rappresentano un enorme passo avanti in termini di risoluzione spaziale e di sensibilità. Il satellite ROSAT (Truemper, 1982) aveva una buona risoluzione spaziale ($\Delta\theta = 15'$ per lo strumento PSPC), ma un'area efficace molto bassa e capacità spettroscopiche scarse. Il taglio in alte energie del telescopio si aveva ad $E \sim 2$ keV, in tal modo misure accurate della temperatura degli ammassi erano limitate ai soli ammassi freddi. ASCA fu il primo strumento in banda X (Tanaka et al., 1994) con telescopi che arrivavano a energie di ~ 10 keV e camere CCD nel piano focale di uno dei telescopi (negli altri strumenti erano utilizzati dei proportional counters). Con ASCA si ebbe un netto guadagno in sensibilità ed inoltre, per la prima volta, fu possibile realizzare spettroscopia spazialmente risolta degli ammassi di galassie. Tuttavia si incontravano seri limiti a causa della Point Spread Function (PSF), relativamente larga e dipendente dall'energia. Per finire, il satellite Beppo-SAX era caratterizzato da una migliore risoluzione angolare ed inoltre permetteva l'osservazione di sorgenti in intervalli di energia molto ampi: tra gli 0.1 e i 200 keV (Boella et al., 1997).

Con gli attuali strumenti, i profili di densità e di temperatura degli ammassi di galassie (e conseguentemente i profili di massa) possono essere misurati negli ammassi vicini su un ampio intervallo di raggi: da scale dell'ordine del sub-kpc, dunque all'in-

terno dei nuclei degli ammassi, con Chandra (ad esempio Fabian et al., 2001), fino a raggi molto prossimi al raggio viriale con XMM-Newton, anche in sistemi di piccola massa (ad esempio Solovyeva et al., 2007). Con XMM-Newton è inoltre possibile fare spettroscopia spazialmente risolta nei nuclei degli ammassi di galassie, permettendo in tal modo di approfondire la conoscenza dei complessi fenomeni termici che caratterizzano queste regioni (Peterson et al., 2001; Böhringer et al., 2002; Markevitch & Vikhlinin, 2007), così come misurare proprietà degli ammassi di galassie (morfologia, profili radiali di densità, temperature globali e massa del gas, ad esempio Arnaud 2002; Rosati et al., 2004), fino ad alti redshift ($z \sim 1.3$).

Nel prossimo futuro è previsto il lancio della missione eROSITA (extended ROentgen Survey con Imaging Telescope Array): tale missione condurrà una survey di tutto il cielo in banda soft X (0.5-2 keV), e successivamente monitorerà un set di singole sorgenti selezionate. L'orbita nominale proposta è stata studiata in modo da avere una radiazione di background più bassa di circa un ordine di grandezza rispetto a quella di Chandra e XMM-Newton, il che permetterà lo studio dettagliato di oggetti diffusi caratterizzati anche da una bassa brillantezza superficiale.

Presentiamo di seguito le principali caratteristiche osservabili dell'ICM, ottenute dall'analisi di osservazioni in banda X degli ammassi di galassie.

- **Il profilo di densità del gas:** il gas e la sua distribuzione di densità possono essere studiati attraverso la misura di emissione lungo la linea di vista $EM(r) = \int_r^{R_{vir}} n_e^2 dl$, che può essere facilmente ottenuta a partire dal profilo di brillantezza superficiale (vedi sezione 1.1). Profili di EM ottenuti con ROSAT per diversi ammassi di galassie si presentano effettivamente simili in forma per raggi tipicamente maggiori di $0.1 - 0.2R_{vir}$ (Neumann & Arnaud, 1999; Vikhlinin et al., 1999; Neumann & Arnaud, 2001). Si evidenzia una significativa dispersione della relazione nelle regioni centrali, solitamente associata alla presenza di cool cores. Al di fuori di tali regioni il profilo è ben fittato dal cosiddetto β -model (Cavaliere & Fusco-Fermiano, 1976):

$$n_e(r) = n_{e0} \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{-3\beta/2} \quad (1.5)$$

dove n_{e0} è la densità numerica di elettroni valutata nel centro dell'ammasso, r è la distanza dal centro dell'ammasso, r_c è il raggio del nucleo dell'ammasso (*core radius*) e β è il parametro che vincola l'esponente della legge di potenza. Valori tipici sono $r_c \sim 0.1R_{vir}$ e $\beta = 2/3$. In realtà questo modello oltre a non funzionare sui piccoli raggi presenta dei problemi anche sui grandi raggi: a grandi distanze si evidenzia infatti un irripidimento del profilo, che deve essere preso in considerazione in caso di utilizzo di questi profili per stime precise di massa (Neumann, 2005; Vikhlinin et al., 2006).

L'immagine a sinistra della figura 1.3 mostra i profili di densità ottenuti per una campione di ammassi di galassie vicini ($z < 0.2$), osservati con XMM-Newton (Croston et al., 2008). Le ricostruzioni dei profili di densità del gas sono generalmente molto accurate. Tuttavia bisogna tener presente che la presenza

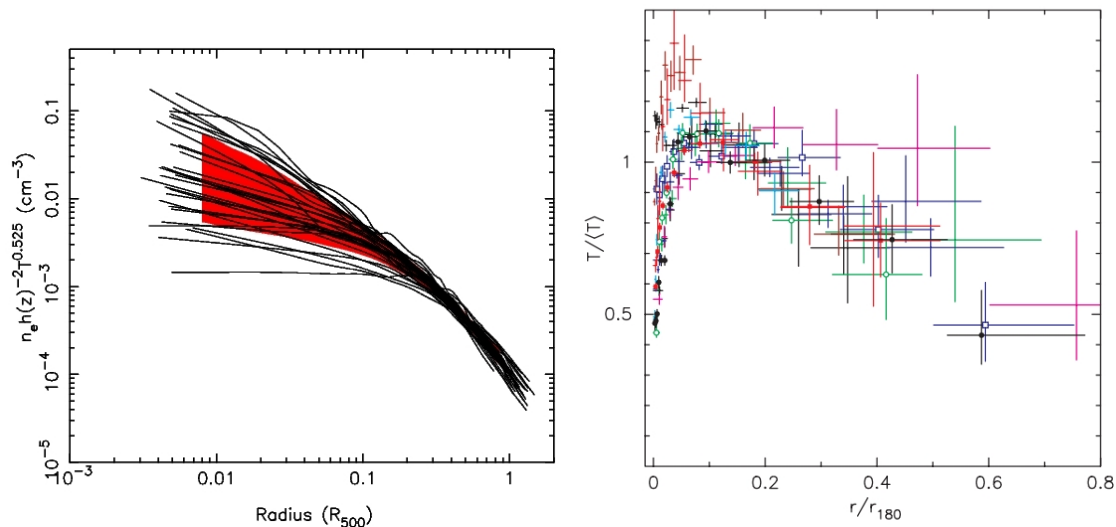


Figura 1.3: A sinistra: profili di densità ottenuti per un campione di ammassi di galassie vicini, osservati con XMM-Newton. La regione in rosso rappresenta lo scatter entro 1σ . A destra: profili di temperatura del gas per un insieme di ammassi di galassie rilassati, osservati con il satellite Chandra (a destra, Vikhlinin et al., 2005).

di agglomerati di gas non risolti ha l'effetto di potenziare il segnale in banda X e, dunque, di portare ad una sovrastima della densità del gas, dato che quest'ultima è materialmente ottenuta dal flusso di radiazione in banda X.

- **Il profilo di temperatura:** si evidenziano similarità anche per i profili di temperatura degli ammassi caldi a raggi maggiori di quelli che caratterizzano le regioni di cool core (ad esempio De Grandi & Molendi, 2002), come risulta chiaro dalla figura 1.3, che mostra i profili di temperatura di un insieme di ammassi vicini ($z < 0.2$), analizzati da Vikhlinin et al. (2005).

Negli ammassi rilassati si evidenzia generalmente un crollo delle temperature nelle zone centrali ($r \lesssim 0.1R_{vir}$), che corrisponde alla regione di *cool core*. L'auto-similarità della forma dei profili di temperatura sembra essere confermata da diversi studi indipendenti (ad esempio Allen et al., 2001; Vikhlinin et al., 2005; Piffaretti et al., 2005; Pratt et al., 2007; Zhang et al., 2006) per gli ammassi di galassie rilassati, mentre c'è ancora discussione sull'esatto andamento dei profili di temperatura degli ammassi di galassie non rilassati.

- **L'entropia del gas:** generalmente negli studi di ammassi di galassie l'entropia è definita come $S = T/n_e^{2/3}$. L'entropia così definita è proporzionale all'entropia adiabatica. L'entropia è una caratteristica fondamentale dell'ICM, in quanto testimonianza dell'evoluzione termodinamica del gas (ad esempio Voit et al., 2002). Nel modello auto-similare standard, che prende in considerazione solo gli effetti della gravità, l'entropia dovrebbe scalare semplicemente come $S \propto H(z)^{4/3}T$, dove $H(z)$ è la costante di Hubble (vedi appendici A.5).

A partire dai primi lavori di Ponman et al. (1999), è noto che l'entropia misurata a $0.1R_{vir}$ eccede il valore previsto dai modelli caratterizzati dal solo riscaldamento gravitazionale, inoltre tale sottostima si acuisce negli ammassi di piccola massa. In effetti la relazione osservata S-T segue realmente una legge di potenza, ma con una pendenza più dolce di quella prevista dai modelli auto-similari.

Come mostrato in figura 1.4 in alto, l'entropia misurata a $0.1R_{vir}$ scala come $S \propto T^{0.65}$ (Ponman et al., 2003), il che suggerisce che l'evoluzione del gas dipenda anche dall'interazione tra meccanismi di cooling e di feedback da galassie, oltre che da processi puramente gravitazionali (ved ad esempio Voit, 2005). Sempre in figura 1.4, in basso, sono mostrati i profili radiali di entropia per un insieme di ammassi di galassie. Eccetto che nelle regioni centrali, essi sono auto-similari in forma e presentano un andamento molto vicino alla legge di potenza per un intervallo di distanze compreso tra $0.05R_{vir}$ e $0.5R_{vir}$ (Piffaretti et al., 2005; Pratt et al., 2006). La pendenza osservata è leggermente più debole di quella prevista dai modelli di riscaldamento da shock: $S \propto r^{1.1}$ (Tozzi & Normann, 2001). Si noti anche che l'entropia scala come $S \propto T^{0.65}$ a tutti i raggi.

Vari tipi di processi non gravitazionali sono stati ipotizzati per spiegare le proprietà osservate dell'entropia, come riscaldamento pre e post collasso (SNe e AGNs) o raffreddamento radiativo. Voit et al. (2003) hanno ipotizzato che un appiattimento della densità del gas dovuta ad un pre-riscaldamento durante l'accrescimento nei sub-aloni dovrebbe riuscire ad aumentare l'entropia del gas generata dagli shock di accrescimento, con un'efficienza più alta per i sistemi più piccoli. Kay et al. (2004) hanno invece proposto un semplice modello di feedback per il riscaldamento del gas, che riproduce meglio le proprietà osservate dell'entropia. Tuttavia siamo ancora alla ricerca di un'implementazione numerica auto-consistente di un modello di feedback che sia fisicamente motivato e che porti a soddisfare tutti i vincoli osservativi. Borgani et al. (2005) hanno analizzato gli effetti del raffreddamento del gas e del feedback da SNe in un set di ammassi di galassie simulati. I risultati mostrano che effettivamente il pre-riscaldamento del gas è efficiente nell'amplificare l'entropia, ma che la presenza di raffreddamento radiativo riduce significativamente tale effetto. Inoltre il riscaldamento da venti galattici dovuti all'esplosione di SNe risulta efficiente nell'aumentare l'entropia nelle sole regioni centrali dell'ammasso: neanche le esplosioni più energetiche risultano in grado di produrre effetti significativi di amplificazione dell'entropia. Questo la necessità di trovare un nuovo meccanismo per il trasporto dell'energia da SN nel mezzo diffuso. Alternativamente si dovrebbe considerare una nuova sorgente astronomica di energia ed il candidato più ovvio si avrebbe negli AGNs.

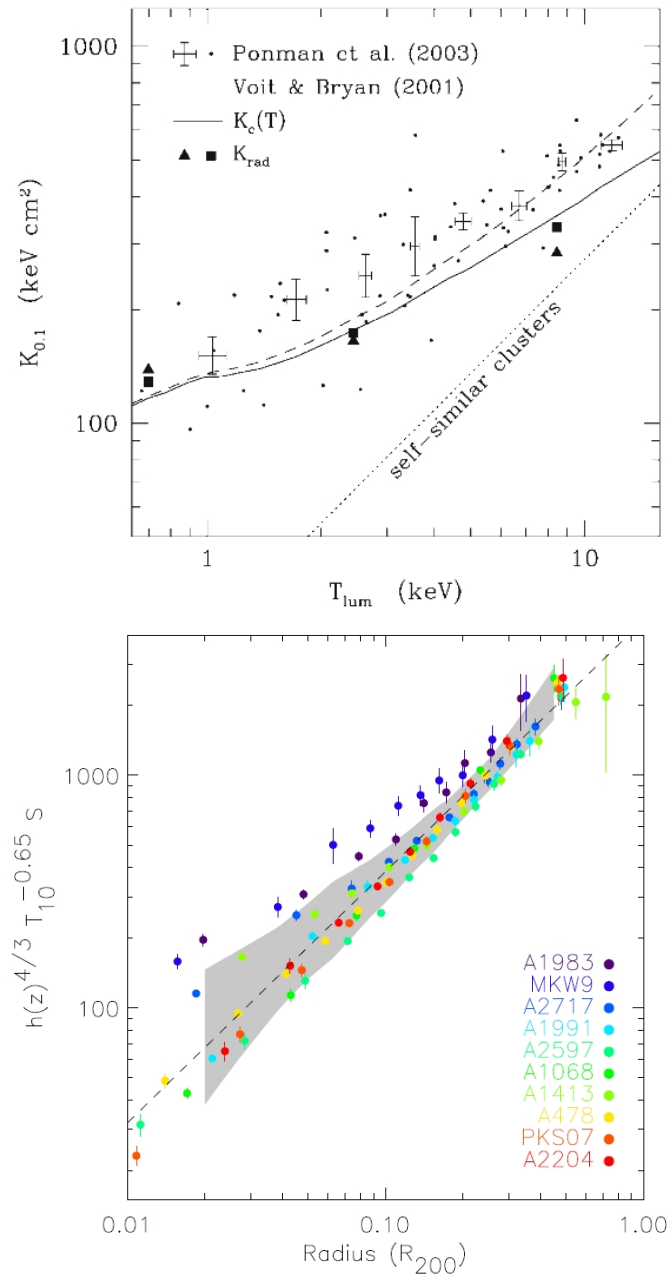


Figura 1.4: In alto: confronto tra l'entropia misurata a $0.1 R_{200}$ e la predizione del modello auto-similare per un grande insieme di ammassi (Voit & Ponman, 2003). I punti neri rappresentano l'entropia misurata in 64 ammassi. I punti con le barre di errore rappresentano l'entropia media misurata su gruppi di otto ammassi ciascuno. La linea punteggiata rappresenta la relazione auto-similare prevista da simulazioni di ammassi di galassie senza raffreddamento e feedback. La linea nera rappresenta la soglia di raffreddamento, definita come l'entropia alla quale il tempo di raffreddamento diventa pari a 14 Gyrs. In basso: il profilo di entropia di un insieme di ammassi vicini (Pratt et al., 2006). La linea tratteggiata rappresenta $S \propto R^{1.08}$.

1.3 Cosmologia con ammassi di galassie

Gli ammassi di galassie possono essere utilizzati per importanti test cosmologici. In questa sezione analizzeremo alcuni dei metodi con i quali è possibile fornire stime dei parametri cosmologici fondamentali, concentrandoci in particolare su quelli che hanno tra i parametri chiave la misura della massa totale e della massa in gas dei nostri oggetti.

1.3.1 La frazione barionica

Il valore della frazione barionica negli ammassi di galassie è considerato essere molto vicino al valore della frazione barionica dell'Universo, dato che si presuppone che non avvenga segregazione di massa alle scale tipiche di formazione degli ammassi stessi. La frazione barionica è data da $f_b = \Omega_b/\Omega_M$, dove Ω_b e Ω_M sono rispettivamente i parametri di densità barionica e di materia totale dell'Universo. f_b è la somma delle frazioni di massa rispettivamente del gas e delle galassie: $f_b = f_{gas} + f_{gal}$. Combinata con il valore di Ω_b ottenuto da misure di Big Bang nucleosintesi o del CMB, può essere utilizzata per misurare Ω_M (White et al., 1993). Il metodo richiede una conoscenza indipendente del valore della costante di Hubble h , che entra nella definizione di Ω_b ($\Omega_b \propto h^{-2}$), di f_{gas} ($f_{gas} \propto h^{-3/2}$) e di f_{gal} ($f_{gal} \propto h^{-1}$). Gli studi di popolazioni di ammassi di galassie che diano misure sia di f_{gas} che di f_{gal} sono in realtà rari. Ω_M è quindi spesso vincolata da misure della sola f_{gas} (che rappresenta il contributo dominante, essendo di un'ordine di grandezza più grande della frazione barionica caratteristica delle galassie) e calcolata assumendo un rapporto costante f_{gal}/f_{gas} ottenuto da altri studi di ammassi (ad esempio Ettori et al., 2003; Allen et al., 2004). Un altro problema è che f_{gas} aumenta con il raggio di integrazione e le simulazioni numeriche indicano che f_{gas} all'interno del raggio viriale è leggermente minore del valore medio sull'universo (Eke et al., 1996; Nagai et al., 2005; Ettori et al., 2006). Ciò comporta una correzione sui valori di f_b stimati all'interno di un terzo del raggio viriale di circa il 20% (Allen et al., 2004). Si può inoltre osservare un significativo aumento di f_b con la massa dei sistemi, dovuto principalmente all'aumento di f_{gas} (Mohr et al., 1999; Lin et al., 2003). Plausibilmente questo è dovuto a processi di tipo non gravitazionale, che sono più significativi nei sistemi di piccola massa. Quindi la maggior parte degli studi sono ristretti ad ammassi di galassie molto massivi al fine di minimizzare gli errori sistematici. Tuttavia per stabilire esattamente quali popolazione di ammassi di galassie siano insieme relativamente rappresentativi dell'Universo, la variazione di f_{gas} con la massa dei sistemi deve essere pienamente compresa; a tal riguardo sono in corso tuttora numerosi studi.

I dati disponibili di f_b forniscono vincoli stringenti su Ω_M . Tutti i più recenti lavori concordano su un universo con un basso valore di Ω_M : $\Omega_M = 0.37 \pm 0.08$ dai dati di BeppoSAX (Ettori et al., 2003), $\Omega_M = 0.28 \pm 0.03$ dai dati di ROSAT/ASCA (Lin et al., 2003) e $\Omega_M = 0.30 \pm 0.04$ dai dati di Chandra (Allen et al., 2004).

Assumendo che il valore di f_{gas} non cambi con il redshift, esso può essere usato come indicatore di distanze (Sasaki et al., 1996). Si tratta di un test puramente geometrico che fornisce vincoli sul contenuto in energia oscura dell'universo Ω_Λ e sulla

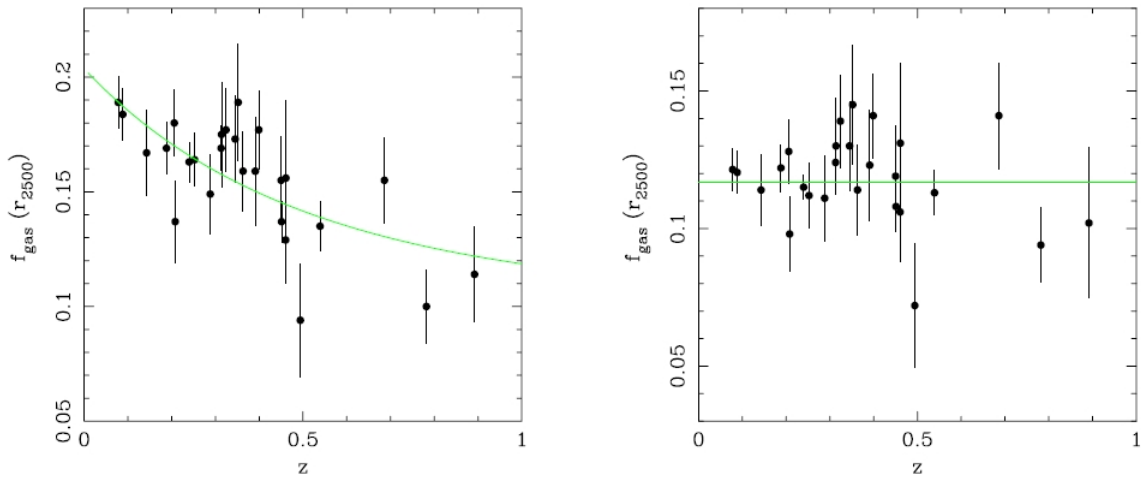


Figura 1.5: La frazione di massa in gas ottenuta in banda X in funzione del redshift per un modello di Universo con $\Omega_M = 1$ (a sinistra) e per un Universo di tipo Λ CDM (a destra) (Allen et al., 2004). La linea verde mostra il valore di best fit.

sua equazione di stato w . Questo metodo non è privo di errori sistematici. Infatti nell'universo locale vediamo che f_{gas} varia con la massa e con il raggio dell'ammasso. Sarebbe quindi necessario misurare f_{gas} in ammassi di galassie caratterizzati dalla stessa massa (preferibilmente alta) ed entro la stessa frazione di raggio viriale, a vari redshifts.

La figura 1.5 mostra i risultati di Allen et al. (2004), dove questo metodo viene applicato ad un insieme di osservazioni Chandra (vedi anche Abroe et al., 2002; Ettori et al., 2003; La Roque et al., 2006; Allen et al., 2006). Per una cosmologia di tipo Λ CDM si ottiene: $\Omega_M = 0.24 \pm 0.04$ e $\Omega_\Lambda = 0.96 \pm 0.2$ (al 68% del livello di confidenza), con $\Omega_b h^2 = 0.0214 \pm 0.002$ e $h = 0.72 \pm 0.08$. La prossima generazione di telescopi a raggi X permetterà di avere immagini con una più elevata sensibilità, rendendo possibile in questo modo l'applicazione di tale metodo a insiemi più estesi di ammassi di galassie, a redshift più alto. Queste misure condurranno a stime più accurate di Ω_M e Ω_Λ e, in linea di principio, permetteranno anche di fornire vincoli sull'equazione di stato dell'energia oscura (vedi appendice A.5).

Una stima accurata della frazione barionica richiede una misura sia della massa del gas sia di quella totale dell'ammasso. Il profilo di densità del gas (e di conseguenza della massa del gas) può essere facilmente misurato con buona accuratezza dai dati in banda X. La principale sorgente di errori sistematici è probabilmente la presenza di piccoli agglomerati di gas non risolti, che potenziano il segnale nei raggi X (si ricordi che $S_X \propto \rho^2$), producendo una sovrastima della massa di gas di qualche punto percentuale. Un'incertezza molto più ampia è invece dovuta alla misura della massa totale, che può essere sottostimata fino al 10 – 20% a causa della violazione della condizione di equilibrio idrostatico. Sfortunatamente le due masse sono affette da errori sistematici che causano una sovrastima di f_b nell'ammasso e di conseguenza portano ad una sottostima di Ω_M .

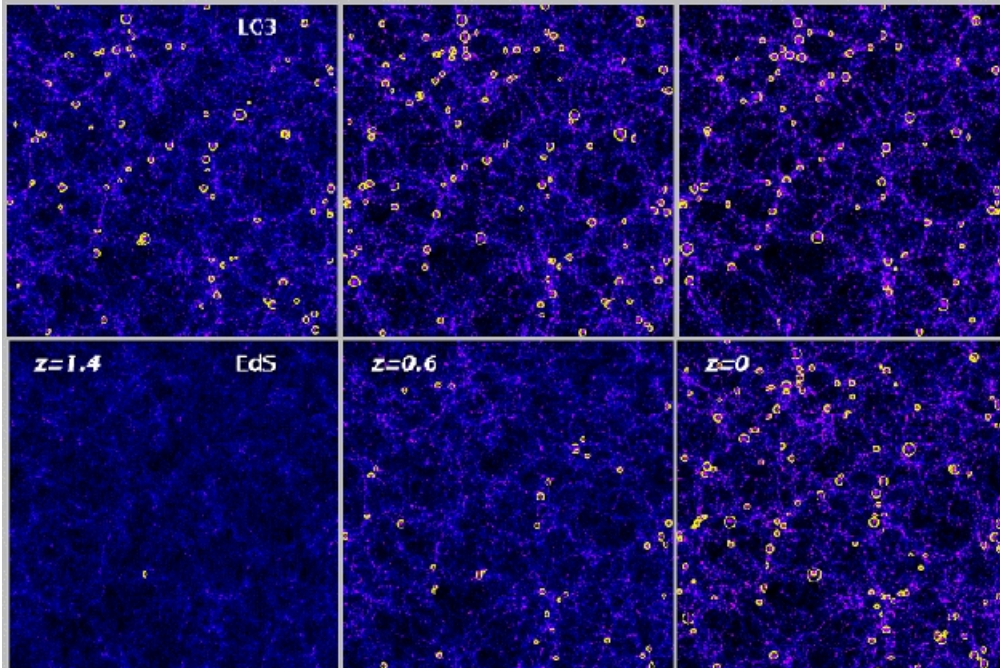


Figura 1.6: L'evoluzione della popolazione di ammassi di galassie in simulazioni di tipo N-body, con due differenti cosmologie (Borgani & Guzzo, 2001). Le tre immagini superiori descrivono un modello di Universo piatto, a bassa densità, con $\Omega_M = 0.3$ e $\Omega_\Lambda = 0.7$; le immagini inferiori descrivono invece un modello di tipo Einstein-De Sitter, con $\Omega_M = 1$. I cerchi gialli sovrapposti alla distribuzione di materia oscura indicano la presenza di ammassi di galassie con temperatura viriale $T > 3\text{keV}$, la grandezza dei cerchi è proporzionale alla temperatura.

1.3.2 Evoluzione della funzione di massa degli ammassi di galassie

Un importante test per la cosmologia risiede nella misura della densità in numero degli ammassi di galassie di data massa in funzione del redshift. Tramite tali stime si possono infatti dare vincoli sulla densità di materia dell'universo Ω_M , sulla normalizzazione dello spettro di potenza delle perturbazioni σ_8 e, se il campione risultasse sufficientemente ampio, anche sull'equazione di stato dell'energia oscura w . La figura 1.6 mostra la crescita delle strutture cosmiche in due simulazioni cosmologiche idrodinamiche, caratterizzate da una differente scelta del parametro Ω_M . Le simulazioni producono due modelli di universo molto simili a redshift zero, ma le loro storie evolutive sono notevolmente differenti. La caratteristica più rilevante è che nell'universo con $\Omega_M = 1$ si ha una rapida scomparsa degli ammassi caldi e massivi a redshift ≤ 1 , mentre nell'universo a densità più bassa i cambiamenti avvengono in modo nettamente più graduale. In questa importante differenza evolutiva risiede una delle più forti motivazioni a condurre osservazioni di campioni di ammassi di galassie sempre più profonde.

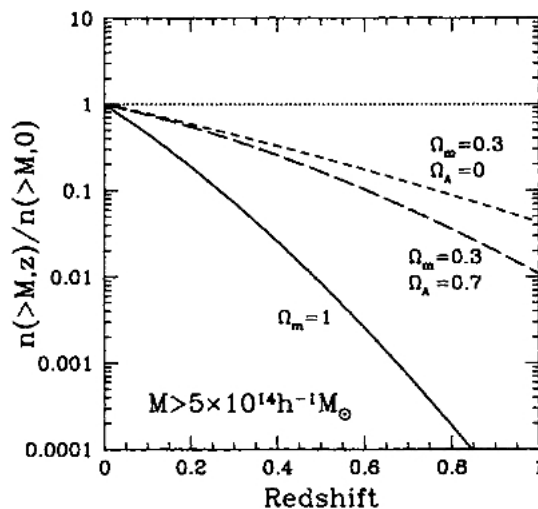


Figura 1.7: Evoluzione della funzione di massa cumulativa per diverse scelte dei parametri cosmologici (Rosati et al., 2002).

Nella sezione A.6.4 introdurremo la funzione di massa, discutendo in particolare la sua evoluzione con il redshift. La figura 1.7 mostra invece come l'evoluzione della funzione di massa vari in funzione dei parametri cosmologici, in modo da sottolineare quanto questa dipenda da essi ed equivalentemente evidenziare quanto stringentemente possa vincolarli. La funzione di massa presenta una forte dipendenza da Ω_M e solo una debole dipendenza da Ω_A . In particolare, come già sottolineato, l'evoluzione nel caso $\Omega_M = 1$ è molto rapida. La distanza tra le curve aumenta velocemente all'aumentare del redshift, dunque tanto meglio vincoleremo i parametri cosmologici quanto più profonda riuscirà ad essere l'osservazione degli ammassi.

Le campagne di osservazione in banda X sono già state utilizzate per dare dei vincoli su Ω_M e σ_8 (ad esempio Eke et al., 1996; Borgani et al., 2001; Schuecker et al., 2002; Böhringer et al., 2004; Haiman et al., 2005; Henry et al., 2006; Böhringer et al., 2007; Finoguenov et al., 2007; Burenin et al., 2007). I loro risultati sono consistenti con $\Omega_M = 0.3$ e σ_8 compreso nell'intervallo 0.7 - 0.8. Tale valore era inizialmente in disaccordo con le prime stime ottenute dallo spettro di potenza del fondo cosmico nelle micro-onde (*Cosmic Microwave Background, CMB*) che davano $\sigma_8 \sim 0.9$ ottenute da Spergel et al. (2003); tuttavia i risultati più recenti, ottenuti dall'analisi dei dati di WMAP raccolti in cinque anni, danno $\sigma_8 = 0.817 \pm 0.026$ (Komatsu et al., 2008).

In una campagna di osservazioni in banda X ad alto redshift non è possibile generalmente misurare direttamente la massa totale degli ammassi. Quello che si fa è invece utilizzare relazioni di scala tra la massa e proprietà globali dell'ammasso di galassie che siano facilmente osservabili, come luminosità in banda X o temperatura. Chiaramente tali relazioni di scala devono essere ben calibrate: comprenderne lo scatter e l'evoluzione in funzione del redshift, se presente, è di vitale importanza per poter

sfruttare appieno le potenzialità dei prossimi esperimenti. La parte più complessa a tal fine è certamente l'aver una stima accurata della massa totale degli ammassi: esistono infatti varie sorgenti di bias, sia intrinseche che strumentali, che devono essere prese in considerazione. Solitamente, come vedremo, la massa è stimata tramite applicazione dell'equazione di equilibrio idrostatico all'ICM. Tuttavia, deviazioni intrinseche dalla condizione di equilibrio possono portare a sottostime della massa del 10 – 20% (Rasia et al., 2004; Nagai et al., 2007; Jeltema et al., 2007). Un altro ingrediente chiave è certamente il profilo di temperatura: l'analisi spettroscopica in banda X è spesso limitata alle regioni più interne del cluster e/o agli ammassi di galassie più vicini, dunque in molti casi gli ammassi di galassie sono semplicemente assunti come isotermi. Altre sorgenti di errori sistematici possono risiedere nell'assunzione di particolari modelli analitici per i profili di densità del gas, di temperatura e/o di massa totale.

1.4 Stime di massa

Come abbiamo visto, parametri chiave di alcuni dei test cosmologici basati sugli ammassi di galassie sono proprio le stime di massa totale e di massa del gas. Misure di precisione della massa dei sistemi sono dunque necessarie al fine di utilizzare le osservazioni degli ammassi di galassie per fornire vincoli stringenti sui parametri cosmologici fondamentali. I metodi utilizzati per misurare la massa di queste strutture si basano principalmente sulla stima della dispersione di velocità da osservazioni in banda ottica delle galassie che popolano gli ammassi (vedi ad esempio Biviano & Girardi 2003; Rines et al., 2003), su osservazioni del fenomeno di lente gravitazionale (ad esempio Smith et al., 2002; Madhavi, 2008) ed infine sulle osservazioni dell'emissione in banda X da parte dell'ICM (ad esempio Finoguenov et al., 2001; Ettori et al., 2002; Arnaud, Pointecouteau & Pratt, 2005; Vikhlinin et al., 2006). In questa sezione analizzeremo appunto il metodo basato sull'emissione X dell'ICM, in quanto il lavoro di tesi verterà sullo studio della validità delle assunzioni alla base di tale metodo.

1.4.1 Il metodo idrostatico

Le masse di singole galassie o di ammassi di galassie possono essere derivate dalla distribuzione del gas che emette in banda X, purchè questo sia in equilibrio idrostatico.

In generale il plasma intra-cluster può essere trattato come un fluido: i tempi scala per gli urti elastici sia di elettroni che di ioni sono infatti molto più brevi dei tempi scala sia di riscaldamento/raffreddamento che di qualsiasi altro processo dinamico.

Il tempo necessario ad un onda sonora nel gas intra-cluster per attraversare l'ammasso sarà dato da:

$$t_s = D/v_s = 6.6 \cdot 10^8 yr \left(\frac{T_g}{10^8 K} \right)^{-1/2} \left(\frac{D}{Mpc} \right) \quad (1.6)$$

dove D è il diametro dell'ammasso, v_s è la velocità del suono nel mezzo e T_g è la temperatura del gas.

Dato che t_s è significamente più breve rispetto all'età media degli ammassi $t_{age} \sim 10^{10} \text{yr}$, il gas sarà idrostatico purchè il potenziale non vari su tempi scala più brevi o i processi di riscaldamento e raffreddamento non abbiano tempi scala caratteristici più piccoli.

Ora, il raffreddamento dell'ICM avviene principalmente, come abbiamo visto, tramite bremsstrahlung termico (radiazione per interazione di tipo free-free), che comporta un tempo scala di raddoppio

$$t_{cool} = \left| \frac{d \log T_g}{dt} \right|^{-1} = 8.5 \cdot 10^{10} \text{yr} \left(\frac{n_e}{10^{-3} \text{cm}^{-3}} \right)^{-1} \left(\frac{T_g}{10^8 \text{K}} \right)^{1/2} \quad (1.7)$$

che per la maggior parte dei cluster è addirittura maggiore del tempo di Hubble (età dell'universo). Per quanto riguarda invece il riscaldamento del mezzo, qualsiasi processo teoricamente ipotizzato (riscaldamento da infall e compressione, elettroni relativistici, moto di galassie, venti galattici...) ha tempi scala caratteristici $> t_s$.

Si assume quindi che il mezzo intra-cluster sia in equilibrio idrostatico nella buca di potenziale gravitazionale:

$$\nabla P = -\rho_g \nabla \phi(r) \quad (1.8)$$

dove $P = \rho_g k_B T_g / \mu m_p$ è la pressione del gas, k_B è la costante di Boltzmann (pari a $1.38 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$), μ è il peso molecolare medio (pari a 0.56 per un gas di composizione primordiale), m_p è la massa del protone (pari a $1.67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$), ρ_g è la densità del gas e $\phi(r)$ è il potenziale gravitazionale dell'ammasso.

Se, inoltre, si assume che sia il potenziale sia la distribuzione di gas abbiano simmetria sferica, l'equazione precedente si riduce a:

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{dP}{dr} = -\frac{d\phi}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \quad (1.9)$$

dove r è la distanza dal centro dell'ammasso, $M(r)$ è la massa totale entro r e G è la costante di gravitazione universale (pari a $6.67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$).

Sotto queste assunzioni l'ICM è un tracciante efficace della distribuzione di massa e il profilo di massa totale può essere determinato dai profili di densità radiale e di temperatura del gas. La massa è dunque data dall'equazione idrostatica, che può essere riscritta come:

$$M(r) = -\frac{k_B T_g(r) r}{\mu m_p G} \left(\frac{d \log \rho_g}{d \log r} + \frac{d \log T_g}{d \log r} \right) \quad (1.10)$$

Notare come la massa dipenda debolmente dalla densità ma fortemente dalla temperatura del gas.

Come abbiamo visto nella sezione 1.1, i profili di densità e di temperatura del gas per gli ammassi vicini si possono ottenere direttamente dalle osservazioni in banda X effettuate con i telescopi di ultima generazione, fino a qualche frazione del raggio viriale. Bisogna però notare che dallo studio di simulazioni numeriche di ammassi di galassie, si evince che le stime di massa totale ottenute tramite metodo idrostatico

sono caratterizzate da sottostime sistematiche della massa del 10 – 20% (Rasia et al., 2004; Nagai et al., 2007; Jeltema et al., 2007).

Per approfondimenti sul metodo idrostatico vedere ad esempio *X-ray Emission from Clusters of Galaxies*, Craig L. Sarazin, capitolo 5.5.5.

1.4.2 Metodo Idrodinamico

Abbiamo visto come le stime di massa ottenute tramite applicazione dell'equilibrio idrostatico al mezzo intra-cluster siano caratterizzate da una sistematica sottostima del 10 – 20%. Tale sottostima è causata principalmente da un effettivo discostamento del gas dalla condizione di equilibrio idrostatico: dall'analisi di simulazioni idrodinamiche di ammassi di galassie si evidenzia la presenza di moti residui delle particelle di gas che portano ad una sottostima complessiva della massa totale dell'ammasso del 10 – 15% (Rasia et al., 2004; Piffaretti & Valdarnini, 2008). Tali moti residui delle particelle di gas, che possono essere sia di tipo laminare (*moto di bulk*) che di tipo turbolento (*moto random*), introducono infatti supporti di pressione di carattere non termico che non sono contemplati nell'equazione 1.10. I contributi da parte dei *moti random* possono essere contemplati partendo direttamente dall'equazione delle forze per le particelle di gas, tenendo conto di tutti i termini di pressione (Rasia et al., 2004; Piffaretti & Valdarnini, 2008).

Per un sistema in un potenziale a simmetria sferica di tipo $\phi(r) = GM(< r)/r$ l'equazione di *equilibrio dinamico* per il gas può essere scritta come:

$$\frac{d\phi(r)}{dr} = \frac{1}{\rho_g(r)} \frac{dP(r)}{dr} + \frac{1}{\rho_g(r)} \frac{d[\rho_g(r)\sigma_r^2(r)]}{dr} + 2\beta(r) \frac{\sigma_r^2}{r} \quad (1.11)$$

Dove σ_r e σ_t sono rispettivamente la dispersione di velocità radiale e tangenziale delle particelle di gas e $\beta(r) = 1 - \frac{\sigma_t^2}{\sigma_r^2}$ è il *parametro di anisotropia* delle velocità.

Sostituendo l'espressione per la pressione $P = \rho_g(r)k_B T_g(r)/\mu m_p G$, si ottiene per la massa totale entro il raggio r l'espressione:

$$M(r) = -\frac{k_B T_g(r)r}{\mu m_p G} \left[\frac{d \log \rho_g}{d \log r} + \frac{d \log T_g}{d \log r} \right] - \frac{\sigma_r^2(r)r}{G} \left[\frac{d \log \rho_g}{d \log r} + \frac{d \log \sigma_r^2}{d \log r} + 2\beta(r) \right] \quad (1.12)$$

Da notare che l'equazione 1.12 si deriva dall'equazione di Boltzmann (vedi ad es Binney & Tremaine, 1987, quarto capitolo) assumendo un equilibrio idrodinamico stazionario e considerando sia i termini da pressione isotropa del gas che i termini da dispersione anisotropa delle velocità. Se questi ultimi vengono trascurati, ossia se si assume che la dispersione di velocità del gas sia trascurabile rispetto alla *velocità termica*, dall'equazione 1.12 si ottiene esattamente la 1.10.

Dall'applicazione della 1.12 su insiemi di ammassi di galassie simulati, si evidenzia che la massa totale dei sistemi viene in media ricostruita meglio che dalla semplice applicazione della 1.10 (Rasia et al., 2004). Tuttavia, pur supponendo che la distribuzione di gas all'interno della buca di potenziale conservi una simmetria sferica e che le orbite delle particelle siano isotrope ($\beta = 0$), l'applicazione dell'equazione idrodinamica del gas ad osservazioni reali di ammassi di galassie prevede un'accurata

stima delle dispersioni radiali di velocità. Tale stima è ottenibile solo attraverso l'analisi delle righe di emissione presenti negli spettri degli ammassi di galassie e nella sezione 1.1 abbiamo già visto come questa in realtà sia molto complessa e richieda osservazioni in banda X ad alta risoluzione spettrale.

1.5 La relazione $M - T$

I modelli auto-similari, che prendono in considerazione i soli effetti gravitazionali nel processo di formazione delle strutture, predicono una relazione di scala tra la massa dei sistemi e la temperatura degli stessi del tipo:

$$M_{\Delta_c} \propto E(z)^{-1} T^{3/2}, \quad (1.13)$$

dove M_{Δ_c} è la massa contenuta all'interno del raggio r_{Δ_c} , caratterizzato da una densità pari a Δ_c volte la densità critica dell'Universo a redshift z (vedi appendice A.5). $E(z)$ è invece dato da:

$$E(z) = [(1+z)^3 \Omega_M + (1+z)^2 \Omega_k + \Omega_\Lambda]^{1/2}, \quad (1.14)$$

in cui Ω_M , Ω_Λ e Ω_k sono i parametri di densità associati rispettivamente alla materia non relativistica, alla costante cosmologica ed al parametro di curvatura (vedi appendici A.2.3). La relazione $M - T$ è una delle relazioni fondamentali tramite le quali è possibile confrontare le proprietà osservate del gas con le predizioni teoriche (Pratt et al., 2006).

Come abbiamo visto, sotto l'assunzione di equilibrio idrostatico e di simmetria sferica, la massa degli ammassi può essere ottenuta da osservazioni in banda X spazialmente risolte dei profili di densità e di temperatura del gas. Tuttavia, inizialmente, dall'analisi di popolazioni di ammassi di galassie osservate con i satelliti ROSAT, ASCA BeppoSAX, si ottenne poco consenso sia sui risultati riguardo la pendenza che su quelli riguardanti la normalizzazione della relazione $M - T$. Le grandi incertezze sulla relazione erano dovute principalmente a problemi di tipo osservativo: in alcuni casi gli ammassi venivano considerati isotermi (Horner et al., 1999; Xu et al., 2001; Castillo-Morales & Schindler, 2003) mentre nei restanti la risoluzione dei profili di temperatura era troppo bassa da rendere possibile una stima sufficientemente accurata della massa (Nevalainen et al., 2000; Finoguenov et al., 2001; Ettori et al., 2002; Sanderson et al., 2003).

La situazione è notevolmente migliorata con i risultati ottenuti dalle osservazioni condotte con i satelliti Chandra e XMM-Newton. L'immagine a sinistra della figura 1.8 mostra la relazione $M - T$ per due popolazioni di ammassi di galassie osservate rispettivamente con XMM-Newton (Arnaud et al., 2005) e Chandra (Vikhlinin et al., 2006). Le varie curve mostrano i risultati ottenuti con una funzione di interpolazione a legge di potenza di tipo:

$$E(z) M = A \times \left(\frac{k_b T}{5 \text{keV}} \right)^\alpha. \quad (1.15)$$

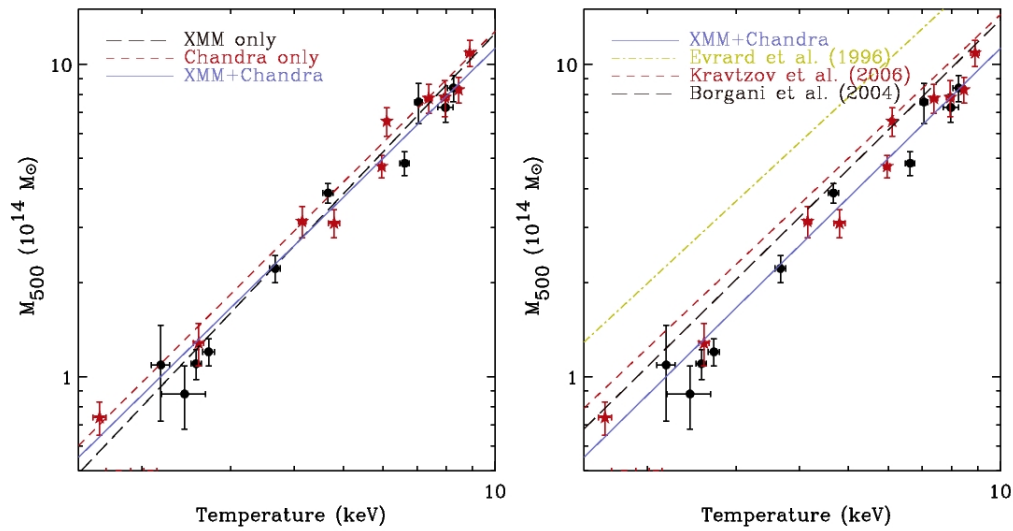


Figura 1.8: A sinistra: la relazione massa-temperatura ottenuta in banda X da osservazioni con XMM-Newton (Arnaud et al., 2005; cerchi) e Chandra (Vikhlinin et al., 2006; stelline). La curva a tratti lunghi rappresenta la relazione di best-fit per i punti XMM-Newton, la curva a tratti brevi rappresenta la relazione di best-fit per i punti Chandra, mentre la curva continua è la relazione di best-fit di tutti i punti. A destra: confronto con i risultati ottenuti da alcune simulazioni numeriche.

Le interpolazioni individuali dei due sets di dati danno risultati consistenti entro 1σ di errore. Dal fit dell'insieme dei due set di dati si ottiene:

$$\log [E(z)M_{500}/10^{14}M_{\odot}] = (0.57 \pm 0.02) + (1.59 \pm 0.08) \log [k_B T/5\text{keV}] . \quad (1.16)$$

La pendenza risulta dunque molto simile a quella predetta dal modello auto-similare.

Un secondo problema risiede nel disaccordo tra la relazione $M - T$ osservata e quella derivata dalle simulazioni numeriche. L'immagine a destra della figura 1.8 mostra i dati e la funzione di best fit visti sopra paragonati con le relazioni trovate dalle simulazioni di Evrard et al. (1996), che includono solo processi gravitazionali, e dalle più recenti simulazioni di Borgani et al. (2004) e Kravstov et al. (2006), che includono anche raffreddamento radiativo e feedback da esplosioni di supernovae. Il disaccordo con le simulazioni caratterizzate dai soli processi gravitazionali ammonta ad una differenza nella normalizzazione del 40% a $T = 5 \text{ keV}$. L'accordo risulta chiaramente migliore con l'introduzione nelle simulazioni di processi fisici più realistici.

La rimanente discrepanza sembra dovuta alla combinazione di due effetti. In primo luogo, le assunzioni semplificative fatte per stimare la massa da osservazioni in banda X si ripercuotono chiaramente sulla relazione osservativa. In particolare l'assunzione di equilibrio idrostatico risulta di importanza fondamentale. Osservazioni di Coma suggeriscono un limite inferiore al supporto di pressione dovuto a moti turbolenti presenti nell'ICM pari a circa il 10% (Schuecker et al., 2004). Coma è tuttavia un ammasso identificato come non rilassato, ed al momento non disponiamo di vincoli sul supporto di pressione di carattere non termico per gli ammassi identificati invece come rilassati. In secondo luogo il valore della normalizzazione può variare significativamente in funzione dei vari processi fisici considerati nelle simulazioni e delle loro diverse implementazioni.

Dato che il metodo di misura della massa tramite osservazioni in banda X è sicuramente non valido nel caso di significative violazioni dell'equilibrio idrostatico, è necessario approfondire lo studio di tali violazioni e dei tempi di rilassamento a seguito di collisioni tra ammassi di galassie al fine di ottenere un maggiore controllo sulla stima della bontà dei risultati ottenuti in tal modo. Nei successivi capitoli analizzeremo appunto tale problema tramite simulazioni controllate di collisioni tra ammassi di galassie, in modo da dare vincoli quantitativi sui tempi di rilassamento a seguito di mergers.

Capitolo 2

Metodi Numerici

Le simulazioni N-corpi furono usate per la prima volta negli anni sessanta per lo studio della formazione delle strutture cosmiche, ma divennero una parte fondamentale della cosmologia solo negli anni ottanta grazie allo sviluppo di computer veloci e di algoritmi più efficienti. Al giorno d'oggi molte delle nostre conoscenze sulla formazione ed evoluzione delle strutture cosmiche si basano sui risultati delle simulazioni numeriche. I codici idrodinamici sono in grado di descrivere tutte le differenti componenti delle strutture (materia oscura, gas e stelle) e di seguire la loro evoluzione in dettaglio. La fisica del gas e della formazione stellare è implementata considerando i processi di raffreddamento, riscaldamento e arricchimento chimico.

I metodi numerici vengono classificati in due diverse famiglie, a seconda del tipo d'approccio matematico utilizzato per rappresentare l'idrodinamica.

- **Tecniche Euleriane:** le caratteristiche del fluido sono studiate in funzione del tempo e dello spazio. In particolare le grandezze fisiche sono monitorate nella loro evoluzione temporale in punti spaziali fissi. In altre parole, scelta la posizione spaziale \vec{x}_0 si studia l'evoluzione temporale delle grandezze fisiche calcolate in essa. Dal punto di vista operativo si utilizza una griglia (fissa o adattiva), che suddivide lo spazio in celle, ad ognuna delle quali viene associata una variabile dipendente dal tempo per ogni grandezza fisica esaminata.
- **Tecniche Lagrangiane:** in questo caso le caratteristiche del fluido sono studiate a partire da una serie di particelle test che vengono seguite nella loro evoluzione; in tal modo le grandezze fisiche vengono calcolate in funzione sia della componente temporale che di quella spaziale. Il metodo Lagrangiano quindi, richiede una discretizzazione del fluido in elementi, che, in generale, occuperanno posizioni diverse in tempi diversi. Ad essi verranno associate le grandezze fisiche.

In questo capitolo esporremo alcune tecniche utilizzate nello sviluppo delle simulazioni cosmologiche. Focalizzeremo infine la nostra attenzione sul codice idrodinamico cosmologico TREE-SPH Gadget-2 che è stato utilizzato per la realizzazione delle simulazioni da noi utilizzate.

2.1 I metodi a N-corpi

Il problema degli N-corpi è stato oggetto di studi sin dal XVIII secolo. Esso consiste nel trovare le soluzioni alle equazioni del moto di N oggetti puntiformi di massa m_i la cui dinamica sia puramente gravitazionale. Siano $\vec{x}_i(0) = \vec{x}_{0,i}$ e $\vec{v}_i(0) = \vec{v}_{0,i}$ le posizioni e velocità iniziali; le equazioni da risolvere sono le seguenti:

- Velocità:

$$\frac{d\vec{x}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (2.1)$$

- Forza:

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{\vec{F}_i}{m_i} \quad (2.2)$$

- Equazione di Poisson:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho(\vec{x}, t) \quad (2.3)$$

Gli studi di meccanica celeste hanno fornito una soluzione analitica per $N = 2$ corpi (teoria di Keplero). Poincaré nel 1890 dimostrò che per $N = 3$ non esiste una soluzione analitica generale del problema. Per un numero di corpi $N > 3$ il problema si risolve quasi esclusivamente tramite l'utilizzo di tecniche numeriche Lagrangiane, chiamate appunto N-corpi.

Esse ci permettono di rappresentare porzioni di Universo attraverso l'utilizzo di N particelle che si muovono sotto l'influenza della loro mutua attrazione gravitazionale. Il limite più forte nell'utilizzo delle simulazioni numeriche sta nella loro intrinseca pesantezza computazionale che limita il numero di particelle utilizzabili per poter ottenere tempi di calcolo ragionevoli ed una risoluzione accettabile. Una simulazione tipica che voglia descrivere l'evoluzione puramente gravitazionale della materia oscura (in assenza di forze idrodinamiche), utilizza N particelle non collisionali contenute in una scatola cubica (*box*). Nello studio di un Universo in espansione, bisogna considerare una box sufficientemente grande da raggiungere le scale alle quali questo è omogeneo, in modo tale che la simulazione sia realmente rappresentativa dell'Universo nel suo complesso.

Dal punto di vista operativo si risolvono le equazioni (2.1) e (2.2) con il metodo delle differenze finite. Ad esempio, si sostituisce all'espressione analitica della velocità \vec{v}_a

$$\vec{v}_a \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{x}(t + \Delta t) - \vec{x}(t)}{\Delta t}, \quad (2.4)$$

l'equivalente numerico \vec{v}_n definito come

$$\vec{v}_n \equiv \frac{\vec{x}(t + \Delta t) - \vec{x}(t)}{\Delta t}. \quad (2.5)$$

Appare quindi ovvio come $\vec{v}_a \rightarrow \vec{v}_n$, per $\Delta t \rightarrow 0$, in altre parole l'accuratezza della simulazione aumenta al diminuire dell'intervallo d'integrazione Δt .

Le operazioni che si eseguono nell'algoritmo sono:

- Si discretizza il tempo che si vuole studiare in intervalli di lunghezza Δt .
- Si calcola la forza gravitazionale d'interazione che agisce su ogni particella i con ogni particella j ($j \neq i$) tramite la legge di Newton

$$\frac{\vec{F}_i}{m_i} = \sum_{j=1}^N \frac{Gm_j}{|\vec{r}_{ij}|^3} \vec{r}_{ij}, \quad (2.6)$$

dove r_{ij} è il vettore $\vec{x}_j - \vec{x}_i$ che congiunge la particella i con la particella j .

- Si calcolano per ogni particella le nuove posizioni e le nuove velocità tramite le seguenti formule:

$$\vec{x}_i(t + \Delta t) = \vec{x}_i(t) + \vec{v}_i(t)\Delta t \quad (2.7)$$

$$\vec{v}_i(t + \Delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{\vec{F}_i(t)}{m_i} \Delta t. \quad (2.8)$$

Fra queste fasi quella più *pesante* dal punto computazionale è la seconda. Si può vedere infatti come nella (2.6) sia necessario calcolare la distanza per $N(N-1)/2$ coppie di particelle. Ciò significa che il tempo di calcolo τ_c sia proporzionale a $\tau_c \propto N^2$.

I diversi metodi numerici si differenziano proprio nel modo in cui viene calcolata la forza gravitazionale agente su ogni particella. Andremo ora ad analizzare le tecniche principali.

2.1.1 Il metodo Particle-Particle (PP)

La forza agente sulla i -esima particella è calcolata direttamente dall'equazione (2.9) sommando i contributi di tutte le particelle j . Questo rende la stima estremamente accurata, ma altrettanto *pesante* dal punto di vista computazionale.

$$\frac{\vec{F}_i}{m_i} = \sum_{j=1}^N \frac{Gm_j}{(|\vec{r}_{ij}| + \epsilon)^3} \vec{r}_{ij}, \quad (2.9)$$

Si noti l'introduzione del termine ϵ : si tratta del *parametro di softening* che ha lo scopo di escludere accelerazioni troppo intense e Δt infinitesimi. Naturalmente, al di sotto di questa scala la forza non seguirà più la legge di Newton. L'introduzione del softening, pur necessaria, impedisce di indagare la distribuzione di materia su scale minori o uguali a ϵ (fissa la risoluzione della simulazione).

2.1.2 Il metodo Particle-Mesh (PM)

In questa implementazione le proprietà di campo (densità, potenziale) sono calcolate tramite l'utilizzo di una griglia. Lo spazio della simulazione è diviso in un numero M^3 sufficientemente grande di celle e l'equazione di Poisson è risolta sui nodi della griglia nello spazio di Fourier. Il limite principale è dettato dalla spaziatura finita

della griglia (dimensione delle maglie), che impedisce di raggiungere buone risoluzioni su scale più piccole. Sia infatti $\Delta s = L/M$ la distanza intergriglia, dove L è il lato della *box* ed M^3 il numero di celle, le simulazioni evidenziano come le inaccurattezze siano effettivamente esistenti su scale dell'ordine di qualche Δs .

In questo caso il tempo di calcolo si riduce a $\tau_c \propto N \log N$, grazie al possibile utilizzo delle trasformate di Fourier veloci per risolvere l'equazione di Poisson su di una griglia periodica. Per una descrizione più dettagliata di questi metodi si veda Hockney & Eastwood (1981).

2.1.3 Il metodo Particle-Particle-Particle-Mesh (P^3M)

L'algoritmo P^3M nasce dall'esigenza di unire la precisione del metodo PP alla velocità di calcolo del metodo PM . L'idea di base è quella di suddividere la forza \vec{F}_i che agisce su di una particella in due contributi, uno a lungo raggio ed uno a corto raggio:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{PP} + \vec{F}_i^{PM} \quad (2.10)$$

La forza che agisce sulla particella i –esima verrà quindi calcolata tramite la somma diretta (metodo PP) dei contributi dovuti alle particelle vicine, mentre per quelle lontane si utilizzerà il metodo PM . Si rende quindi necessaria l'introduzione d'una distanza critica d_{cr} che discrimini fra i due tipi di contributo. La scelta di d_{cr} dipenderà dal compromesso fra accuratezza del calcolo e velocità d'esecuzione desiderate. Per una descrizione più accurata si veda Efsthathiou et al. (1985).

2.1.4 Il metodo ad albero gerarchico (TREE-CODE)

L'algoritmo ad albero gerarchico o TREE-CODE permette di aumentare la risoluzione nel calcolo delle forze pur mantenendo una discreta velocità computazionale. Con questo metodo vengono introdotte delle esplicite approssimazioni, calibrate opportunamente in funzione delle diverse regioni, per migliorare l'efficienza nel calcolo del potenziale. L'idea alla base di tale algoritmo è quella di trattare gli oggetti lontani come un'unica macro-particella, adottando una suddivisione gerarchica o ad albero. Le particelle vengono inizialmente assegnate ad una delle celle in cui viene suddivisa la box cosmologica. Per ognuna di queste vengono poi calcolati i momenti di quadrupolo del potenziale fino ad un ordine prefissato. La suddivisione viene poi raffinata con ripartizioni successive in maniera gerarchica.

La forza esercitata dalle particelle vicine viene calcolata come nel metodo PP , mentre quella delle particelle distanti viene approssimata al contributo delle espansioni di multipolo dei gruppi ai quali appartengono. La finezza della suddivisione in gruppi decresce chiaramente all'aumentare della distanza. Poichè il numero di termini nelle espansioni è più piccolo rispetto al numero di particelle cui si riferiscono, si ottiene un notevole guadagno in efficienza. Dal punto di vista operativo, si trattano nella maniera appena descritta soltanto i gruppi che per i quali vale la relazione: $s/d \leq \theta$, dove s è la dimensione della cella, d è la distanza dalla particella e θ è un parametro di tolleranza fisso, che determina la velocità e la precisione dell'esecuzione. In generale avremo che $\tau_c \propto N \log N$.

Analizziamo ora nello specifico l'algoritmo proposto da Barnes & Hut (1986). In tale algoritmo lo spazio viene gerarchicamente suddiviso in celle cubiche regolari. Ad ogni passo temporale, prima che la forza sia valutata, s'individua una struttura ad albero (da cui il nome TREE-CODE) per fissare la gerarchia: ogni volume cubico di spazio non vuoto viene idealmente associato ad un nodo principale. Successivamente ogni cella che contenga più di una particella viene suddivisa ulteriormente in 2^3 sottocelle, le *discendenti* del nodo principale. Questo processo viene iterato fino a che non sia presente una sola particella per cella, chiamata *foglia*. A questo punto, nel calcolo della forza si sommano i contributi di tutte le celle associate ai nodi che s'incontrano nel percorso dalle foglie fino ai nodi principali.

Nella figura 2.1 di Springel, Yoshida & White (2001) è possibile osservare una rappresentazione illustrativa del funzionamento del TREE-CODE in due dimensioni. Le particelle raffigurate a sinistra sono racchiuse in una cella principale (nodo). Essa viene successivamente divisa in quattro sottocelle (otto nel caso tridimensionale) iterativamente fino a quando non si raggiungono celle con una sola particella (le foglie dell'albero).

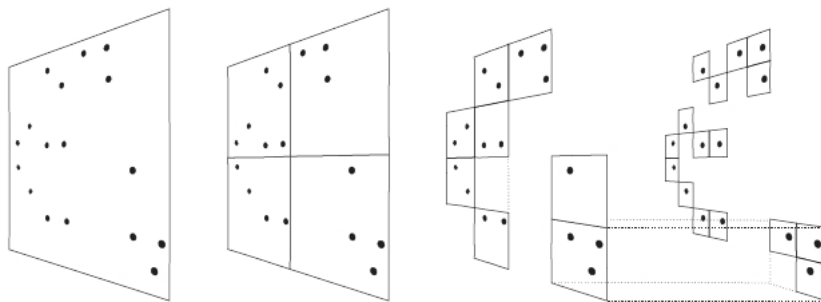


Figura 2.1: Schema illustrativo del TREE-CODE in due dimensioni. È qui rappresentata la suddivisione in sottocelle che questo algoritmo adotta

2.2 I metodi idrodinamici

Tramite i metodi e gli algoritmi descritti, è possibile seguire la dinamica puramente gravitazionale della materia. Tuttavia la materia barionica è caratterizzata da una fisica molto più complessa. Per avere quindi una descrizione completa e coerente delle strutture cosmiche avremo bisogno di modelli che descrivano anche il comportamento di gas e di stelle, oltre che di materia oscura, ai quali sono legati la maggior parte dei fenomeni astrofisici osservabili.

I nostri modelli dovranno quindi poter descrivere anche:

- La termodinamica.
- Le proprietà radiative e di assorbimento.

- L'influenza della formazione stellare.
- Gli effetti di feedback in energia ed in rilascio di metalli da popolazioni stellari e nuclei galattici attivi (Active Galactic Nuclei AGN).

Tali implementazioni si basano sulla fluidodinamica. Questi metodi sono noti come *metodi idrodinamici*. Così come negli algoritmi N -corpi, anche nei metodi idrodinamici si possono seguire un approccio Euleriano o un approccio Lagrangiano.

2.2.1 I metodi Euleriani

Nei metodi Euleriani si calcolano le grandezze fisiche (velocità, pressione, temperatura e potenziale) associandole a variabili di campo definite punto per punto in uno spazio discretizzato in celle cubiche. Per avere una maggiore risoluzione nelle zone ad alta densità è possibile eventualmente utilizzare griglie adattive, caratterizzate quindi da una spaziatura variabile.

L'evoluzione di un generico campo scalare $f(\vec{x}, t)$ dal punto di vista Euleriano, verrà calcolata nel seguente modo:

- Si parte dall'equazione di continuità:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{F} \quad (2.11)$$

dove \vec{F} è il flusso.

- Si espande il campo f all'istante di $t + dt$:

$$f(\vec{x}, t + dt) = f(\vec{x}, t) + \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} dt^2 + O(dt^3). \quad (2.12)$$

- Si inserisce l'equazione (2.11) nella (2.12) per eliminare le derivate temporali:

$$f(\vec{x}, t + dt) = f(\vec{x}, t) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) dt + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) \frac{\partial f}{\partial t} \right] dt^2 + O(dt^3), \quad (2.13)$$

Questa equazione descrive quindi l'evoluzione temporale approssimata al secondo ordine del campo scalare f .

- Si discretizza a questo punto l'equazione (2.13) e la si risolve su di una griglia (al primo o al secondo ordine).

2.2.2 I metodi Lagrangiani: lo *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH)

Come abbiamo visto, nell'approccio Lagrangiano si studiano le grandezze fisiche di campo associate all'elemento di fluido lungo la sua traiettoria. Questo approccio garantisce una migliore risoluzione nelle regioni ad alta densità. Per contro fornisce

stime meno precise nelle zone di campo dove la densità è più bassa. A partire dagli anni '70 sono state sviluppate diverse tecniche basate su questo approccio. Uno fra i più utilizzati nelle cosmologiche è per l'appunto l'algoritmo *Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)* (Lucy, 1977; Gingold & Monaghan, 1977).

L'idea di base dell'SPH è quella di risolvere le equazioni dell'idrodinamica sostituendo le grandezze fisiche associate alle particelle con delle stime ottenute interpolando le proprietà fisiche delle particelle vicine. Per fare questo si utilizza un kernel di interpolazione $W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h)$ che dipende dalla distanza e dal parametro di *smoothing length* h . In questo modo h definisce la distanza massima d'interazione e, di conseguenza, individua le particelle che sono considerate "vicine". Affinchè il kernel abbia senso fisico, esso deve essere fortemente piccato sullo zero, in modo che approssimi la funzione delta di Dirac per $h \rightarrow 0$. Deve inoltre essere normalizzato per garantire la conservazione della "massa":

$$\int W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h) d^3\vec{r}' = 1. \quad (2.14)$$

Consideriamo ora la funzione analitica $\langle f(\vec{r}) \rangle_a$ come la convoluzione della generica funzione di un campo scalare $f(\vec{r})$ con la funzione di kernel:

$$\langle f(\vec{r}) \rangle_a = \int W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h) f(\vec{r}') d^3\vec{r}'. \quad (2.15)$$

Nel caso discreto, la grandezza di campo per la particella i -esima nel punto di coordinate \vec{r}_i , viene calcolata numericamente come :

$$\langle f(\vec{r}_i) \rangle_n = \sum_{j=1}^N W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h) f(\vec{r}_j) d^3\vec{x}_j, \quad (2.16)$$

dove $d^3\vec{x}_j$ è il volume della j -esima particella, calcolato in funzione della sua massa m_j e della sua densità ρ_j come:

$$d^3\vec{x}_j = \frac{m_j}{\rho_j}. \quad (2.17)$$

Si ha quindi che il valore della funzione di campo f nella posizione occupata dalla i -esima particella è:

$$f_i = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f_j W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h). \quad (2.18)$$

La sua densità può dunque essere espressa come:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h). \quad (2.19)$$

Il formalismo dell'SPH risulta inoltre estremamente vantaggioso per il calcolo dei gradienti delle funzioni. A partire dalla (2.15), possiamo infatti scrivere la seguente equazione per il gradiente di f :

$$\langle \vec{\nabla} f(\vec{r}) \rangle_a = \int W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h) \vec{\nabla} f(\vec{r}') d^3\vec{r}'. \quad (2.20)$$

Integrando per parti e applicando il teorema della divergenza, la precedente diventa:

$$\langle \vec{\nabla} f(\vec{r}) \rangle_a = \int \vec{\nabla} W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h) f(\vec{r}') d^3 \vec{r}' , \quad (2.21)$$

salvo considerare nullo il termine di superficie. L'equivalente numerico di questa equazione sarà quindi:

$$\langle \vec{\nabla} f(\vec{r}) \rangle_n = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \vec{\nabla} W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h) f(\vec{r}') . \quad (2.22)$$

Si noti che il gradiente della funzione è calcolato da quello della funzione kernel, che può essere valutato un'unica volta ed inserito nel codice, con un notevole guadagno di risorse computazionali. Risulta quindi molto importante utilizzare delle funzioni kernel di cui sia noto il gradiente.

Vediamo ora due esempi di kernel tra i più utilizzati in letteratura:

- **Kernel Gaussiano** (Gingold & Monaghan, 1977):

$$W(r, h) = \frac{1}{\pi^{3/2} h^3} e^{-r^2/h^2} \quad (2.23)$$

- **Kernel a Spline Cubica** (Monaghan & Lattanzio, 1985):

$$W(r, h) = \frac{8}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - 6(r/h)^2 + 6(r/h)^3 & 0 \leq r \leq h/2 \\ 2(1 - r/h)^3 & h/2 \leq r \leq h \\ 0 & r \geq h \end{cases} \quad (2.24)$$

Entrambi i kernel possiedono anche la derivata seconda continua. Il kernel gaussiano minimizza l'errore nel passaggio dall'equazione analitica a quella numerica, ma possiede lo svantaggio di non annullarsi mai. In questo modo non si stabilisce un limite preciso tra particelle "vicine" e "lontane" e si allungano i tempi di calcolo. Al contrario il kernel a spline cubica è nullo per distanze maggiori di h ed è dunque il più utilizzato.

Si può inoltre scegliere il valore di h a partire dal numero di particelle vicine N_s su cui si desidera effettuare la somma nelle equazioni (2.16) e (2.22), riducendo notevolmente il tempo di calcolo. Tipicamente N_s viene scelto nell'intervallo $30 \div 50$. Chiaramente questo comporta che il parametro h sia intrinsecamente adattivo.

Scelte quindi la funzione di kernel W e la sua smoothing length h , si risolvono infine le equazioni della fluidodinamica. Nel formalismo SPH le equazioni numeriche di Eulero e della conservazione dell'energia nel caso adiabatico possono essere scritte come segue:

$$\left(\frac{d\vec{v}_i}{dt} \right)_n = - \sum_{j=1}^N m_j \left[\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right] \vec{\nabla} W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h) \quad (2.25)$$

$$\left(\frac{d\epsilon_i}{dt} \right)_n = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left[\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right] \vec{v}_{ij} \vec{\nabla} W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h) . \quad (2.26)$$

Le equazioni viste permettono una trattazione completa della fluidodinamica in caso di assenza di sorgenti di calore e di shock. Nel caso si vogliano trattare processi che non conservano l'energia (come riscaldamento o raffreddamento, shock, attrito) è necessario inserire termini artificiali (ad esempio il termine di viscosità).

2.3 Il codice GADGET-2

Nel lavoro di tesi sono state analizzate simulazioni idrodinamiche ottenute per mezzo del programma GADGET-2 ¹ (Springel, Yoshida & White, 2001; Springel, 2005). GADGET-2 è una versione più efficiente del precedente codice GADGET, acronimo di **Galaxies with Dark matter and Gas intERacT**. Esso è caratterizzato da integrazione a passi temporali totalmente adattivi. Questo codice sfrutta un algoritmo di tipo TREE-SPH, ovvero analizza la parte gravitazionale della dinamica tramite algoritmo TREE-CODE, mentre i modelli ed i processi termodinamici della componente collisionale sono trattati con la tecnica SPH.

Nella versione pubblica del codice sono inoltre implementati i seguenti processi per la componente barionica:

- **Raffreddamento radiativo:** Si calcola assumendo un gas otticamente sottile di composizione primordiale (frazioni in massa pari a $X = 0.76$ per l'idrogeno e $1 - X = 0.24$ per l'elio) ed in equilibrio collisionale di ionizzazione. Viene inoltre incluso un fondo fotoionizzante nella banda UV, uniforme e dipendente dal tempo, per rispecchiare la situazione osservativa in base alla quale la popolazione di quasars reionizza l'universo a $z \simeq 6$. L'effetto di tale fondo è di inibire il collasso del gas e la conseguente formazione stellare negli aloni delle galassie meno luminose. La funzione di raffreddamento stimata dipende dalla temperatura e dalla densità del gas e della radiazione. Il modello per il raffreddamento radiativo considerato è quello di un gas che emette mediante interazione a due corpi (per le densità analizzate quelle a tre corpi sono ininfluenti) attraverso i seguenti processi:

- Eccitamento collisionale dell'idrogeno neutro H^0 e dell'elio ionizzato una volta He^+ ;
- Ionizzazione collisionale dell' H^0 , dell'elio neutro He^0 e dell' He^+ ;
- Ricombinazione dell'idrogeno ionizzato H^+ , dell' He^+ e dell'elio doppiamente ionizzato He^{++} ;
- Ricombinazione dielettrica di He^+ ;
- Emissione per bremsstrahlung termico (free-free emission) da parte di tutti gli ioni;
- Effeto Compton inverso con i fotoni del fondo cosmico delle microonde.

La risultante curva di raffreddamento è stata già calcolata e discussa da numerosi autori (e.g. Abel et al. 1997, Cen 1992) ed è ben nota.

¹<http://www.mpa-garching.mpg.de/gadget/>

- **La formazione stellare:** essa viene trattata utilizzando un modello ibrido multifase per il mezzo interstellare (ISM) introdotto da Springel & Hernquist (2003a). Il mezzo interstellare è modellato come un fluido a due fasi composto da nubi fredde circondate da un mezzo caldo e mantenute in equilibrio di pressione. Le nubi si formano dal raffreddamento di gas ad alta densità e rappresentano la riserva di barioni disponibile per la formazione stellare. Una volta formate le stelle, l'energia rilasciata dalle supernovae che esse producono riscalda la fase calda del mezzo interstellare circostante, mentre le nubi nei resti delle esplosioni evaporano. Questi effetti stabiliscono un regime autoregolato per la formazione stellare nel mezzo interstellare.

L'implementazione numerica di questo modello multifase prevede che ogni particella di gas sia costituita da una componente calda, che ha la sua propria massa e densità, e da una componente fredda. La quantità relativa di queste due fasi è determinata dal valore locale della densità e della temperatura del gas. Inoltre l'arricchimento chimico e il riscaldamento delle supernovae di tipo II vengono trattati assumendo un'approssimazione di riciclo istantaneo (che prevede che le stelle nascano, evolvano e muoiano istantaneamente).

- **Processi di feedback:** Springel & Hernquist (2003) hanno introdotto una descrizione fenomenologica dei venti galattici dovuti alle esplosioni di supernovae. Per descrivere la formazione dei venti si considera innanzitutto un tasso di perdita di massa proporzionale alla SFR. Si ha quindi

$$\dot{M}_w = \eta \dot{M}_\star \quad (2.27)$$

con $\eta \sim 1 - 5$ in accordo con le evidenze osservative (ad esempio Martin, 1999). A questo punto si sceglie una frazione $\chi(0 \div 1)$ dell'energia di feedback ϵ_{SN} per dare energia cinetica alla massa

$$1/2 \dot{m}_w v_w^2 = \chi \epsilon_{SN} \dot{M}_\star . \quad (2.28)$$

La velocità del vento sarà quindi pari a

$$v_w^2 = 2 \frac{\chi}{\eta} \epsilon_{SN} \dot{M}_\star . \quad (2.29)$$

Le simulazioni che utilizzeremo nel seguito del lavoro saranno tuttavia caratterizzate dalla totale assenza di qualsiasi processo fisico per la componente barionica che non sia trattata nel formalismo SPH: non avremo alcun tipo di raffreddamento del gas, non sarà contemplata la formazione stellare, nè avremo processi di feedback. Se da un lato questa scelta rende le nostre simulazioni molto meno realistiche, dall'altro ci permette di ridurre al minimo i parametri per la trazione del problema.

Capitolo 3

Collisioni tra aloni isolati: condizioni iniziali

Nei precedenti capitoli abbiamo visto come, al fine di ottenere vincoli sui parametri cosmologici fondamentali a partire da osservazioni di ammassi di galassie, sia di importanza cruciale avere una stima precisa della loro massa totale e barionica. Le stime di massa da emissione in banda X dell'ICM (vedi sezione 1.4) si basano sulle assunzioni di simmetria sferica e di equilibrio idrostatico della distribuzione di gas nelle buche di potenziale della materia oscura. Sotto tali assunzioni il gas risulta essere un tracciante fedele della distribuzione totale di materia ed il profilo di massa può essere ottenuto dai profili radiali di densità e temperatura del gas. Abbiamo altresì visto come le masse totali ottenute applicando il metodo idrostatico a simulazioni cosmologiche siano in realtà sottostime di quelle reali (vedi sezione 1.5) e di come sia dunque necessario verificare la validità delle assunzioni di base, al fine di ottenere un maggiore controllo sulla stima della bontà dei risultati ottenuti in tal modo. In questo capitolo vedremo brevemente come l'affidabilità delle stime di massa tramite metodo idrostatico possa essere studiata per mezzo delle simulazioni numeriche idrodinamiche, concentrandoci poi sulle simulazioni controllate che verranno utilizzate in questo lavoro di tesi. Analizzeremo quindi la genesi degli aloni isolati che andranno a costituire le coppie di ammassi di galassie che faremo collidere ed il “settaggio” delle condizioni iniziali di tali collisioni.

3.1 Simulazioni numeriche e stime di massa

L'accuratezza delle stime di massa da emissione in banda X dell'ICM è stata verificata per mezzo di simulazioni N -corpi/idrodinamiche in molti lavori (ad esempio Evrard, 1990; Evrard et al., 1996; Borgani et al., 2004; Kay et al., 2004; Rasia et al., 2006; Kay et al., 2007; Nagai et al., 2007a; Piffaretti & Valdarnini, 2008). Evrard (1990) evidenziò l'esistenza di un significativo bias nelle stime di massa a seguito dell'utilizzo per l'ICM di un modello β isoterma (vedi sezione 1.2). Successivamente Evrard (1996) identificò le sorgenti di tali discrepanze nelle assunzioni rispettivamente di isoterma e di equilibrio idrostatico. La mancanza di validità dell'assunzione

idrostatica è supportata sia osservativamente (in banda ottica ed in banda X si osservano sottostrutture in attività di collisione) che numericamente (ad esempio Kay et al., 2004; Rasia et al., 2004; Nagai et al., 2007a hanno evidenziato come l'ICM nelle simulazioni numeriche non sia perfettamente in equilibrio idrostatico).

Per analizzare le sorgenti di errore che possono inficiare le stime di massa idrostatiche, si costruiscono generalmente osservazioni fittizie di campioni di ammassi di galassie selezionati da simulazioni cosmologiche, in modo da riprodurre gli errori di misura caratteristici dei telescopi in banda X. Su tali immagini viene poi condotta un'analisi di tipo osservativo, basata quindi su profili di densità e temperatura proiettati lungo la linea di vista selezionata per riprodurre l'osservazione.

La dipendenza degli stimatori di massa in banda X da bias spettrali e da altri possibili errori sistematici è stata analizzata in tal modo da Rasia et al. (2006), Kay et al. (2007), Nagai et al. (2007a), Jalterma et al. (2008) e Piffaretti & Valdarnini (2008). La figura 3.1 mostra ad esempio i risultati ottenuti da Nagai et al. (2007a), per un campione cosmologico di ammassi simulati, di cui è stata ricostruita l'osservazione con il satellite Chandra. Tali ammassi sono stati analizzati seguendo le procedure osservative. In alto è mostrato il bias nella stima di massa totale tramite metodo idrostatico entro r_{2500} (a destra) ed entro r_{500} (a sinistra). La massa totale misurata tramite metodo idrostatico risulta sottostimata del 5 – 20% anche per gli ammassi identificabili osservativamente come rilassati. Tale sottostima risulta principalmente dovuta ad un supporto di pressione non termico derivante da moti residui nell'ICM.

Questi risultati sono supportati anche da quelli derivanti da un altro tipo di analisi condotto da Rasia et al. (2004) e Piffaretti & Valdarnini (2008). Invece di considerare i profili proiettati di densità e temperatura come nella procedura osservativa, si utilizzano le informazioni tridimensionali complete sui profili radiali ottenute dalle simulazioni. In questo modo è infatti possibile analizzare i bias dovuti a violazioni intrinseche della condizione di equilibrio idrostatico indipendentemente dai metodi di ricostruzione X. I risultati mostrano che l'assunzione di equilibrio idrostatico porta ad una sottostima complessiva della massa del 10 – 15% entro r_{200} . Tali errori sono proprio dovuti a moti residui delle particelle di gas. Rasia et al. (2004) ha mostrato infatti come utilizzando una stima di massa idrodinamica invece che idrostatica (vedi sezione 1.4.2) sia effettivamente possibile ricostruire in media la massa totale delle strutture meglio che tramite la sola applicazione dell'equazione di equilibrio idrostatico: in figura 3.2 è mostrato il rapporto tra la massa totale reale e la massa totale ottenuta per mezzo di differenti stimatori. Confrontando in particolare la curva quattro, in cui la massa stimata è ottenuta tramite metodo idrostatico, e la curva cinque, in cui invece è stato utilizzato il metodo idrodinamico, è evidente che nel secondo caso la massa reale viene recuperata con buona precisione per la gran parte dei raggi considerati. Tramite l'equazione 1.12 vengono considerati infatti anche i contributi alla pressione che hanno origine non termica, dovuti dunque alla presenza di moti residui nel gas. Piffaretti & Valdarnini (2008) hanno infine dimostrato che i moti residui corretti tramite l'utilizzo del metodo idrodinamico sono moti random delle particelle di gas: la dispersione nella stima della massa totale delle strutture aumenta infatti all'aumentare del moto di bulk radiale delle particelle, che porta naturalmente ad una violazione della simmetria sferica della distribuzione di gas.

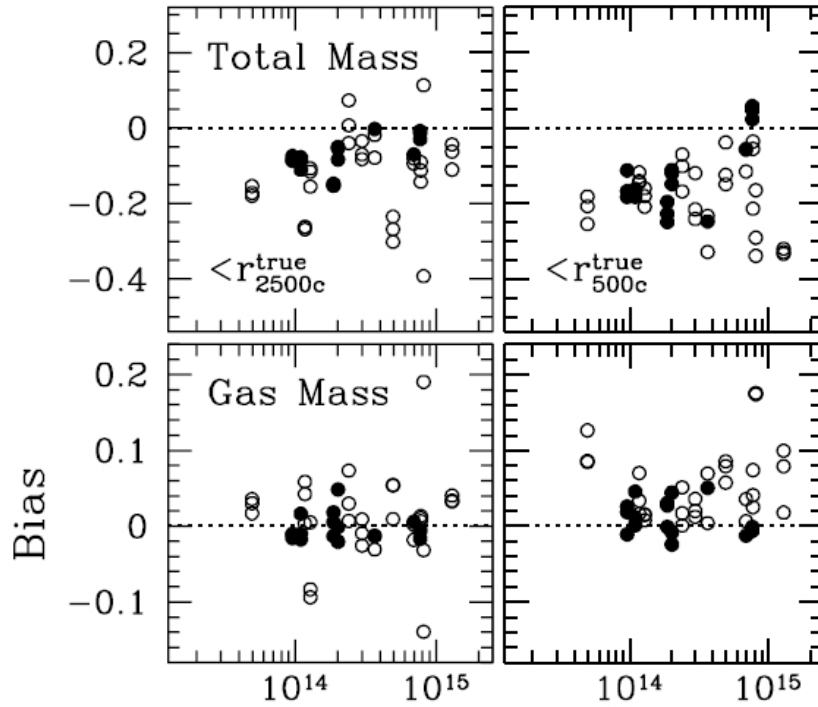


Figura 3.1: Bias nella stima della massa totale (in alto) e della massa in gas (in basso) entro r_{2500} (a sinistra) ed r_{500} (a destra), per un campione di ammassi simulati, di cui è stata simulata l'osservazione con il satellite Chandra. Gli ammassi sono stati analizzati seguendo esattamente le procedure osservative reali (Nagai et al., 2007a). I bias sono calcolati come $(M_{es} - M_r)/M_r$, dove M_r è la massa reale e M_{es} è la massa stimata. Nel caso della massa totale, la massa stimata è ottenuta tramite metodo idrostatico secondo l'equazione 1.10 a partire dai profili di densità e temperatura proiettati. Nel caso della massa in gas, M_{es} è ottenuta direttamente dal profilo proiettato di densità del gas. Gli ammassi identificati osservativamente come rilassati sono indicati per mezzo di cerchietti pieni, mentre quelli vuoti rappresentano gli ammassi non rilassati.

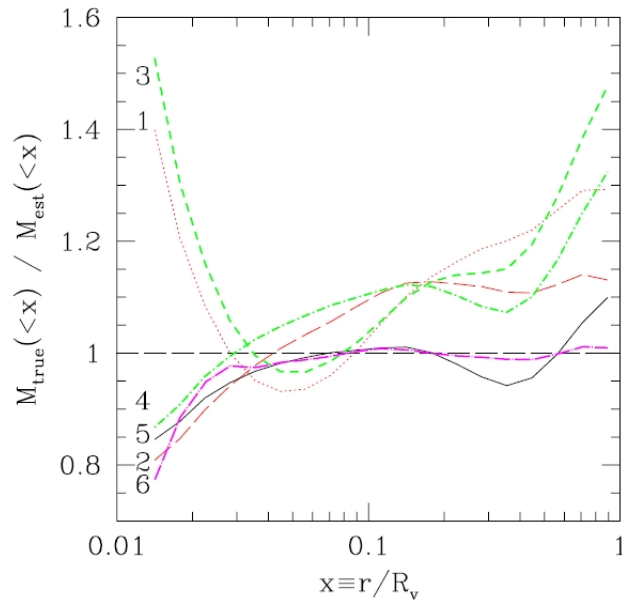


Figura 3.2: Rapporto tra massa totale reale e massa totale ottenuta attraverso differenti stimatori: (1) modello β isoterma; (2) modello isoterma con profilo di densità dato dalla funzione di best fit dei dati; (3) equazione di equilibrio idrostatico con modello β e profilo di temperatura data dalla funzione di best fit dei dati; (4) equazione di equilibrio idrostatico con profili di densità e temperatura dati dalla funzione di best fit dei dati; (5) equazione di equilibrio idrodinamico con profili di densità e temperatura dati dalla funzione di best fit dei dati. La curva (6) rappresenta invece il rapporto tra la massa in gas reale e quella recuperata tramite profilo di densità dato dalla funzione di best fit dei dati.

I moti residui delle particelle di gas sono diretta conseguenza della complessa storia evolutiva degli ammassi di galassie. Come già abbiamo avuto modo di rimarcare, gli ammassi di galassie sono strutture dinamicamente giovani e sono sottoposti quindi a frequenti collisioni. O’Hara et al. (2006), hanno evidenziato la possibilità che tutti gli ammassi di galassie presentino in realtà una deviazione dalla condizione di equilibrio idrostatico a seguito proprio delle passate collisioni, i cui effetti permangono nell’ICM anche degli ammassi classificabili osservativamente come rilassati. Risulta dunque chiara la necessità di comprendere appieno l’impatto delle collisioni tra strutture sulle proprietà osservabili degli ammassi di galassie.

Determinare in dettaglio gli effetti di una singola collisione su un ammasso in evoluzione in un ambiente cosmologico può risultare molto complesso, data la presenza di collisioni e fenomeni di accrescimento successivi. Si può dunque ricorrere a simulazioni controllate di collisioni tra due aloni isolati¹, considerandole come frazioni della storia evolutiva degli ammassi di galassie (vedi ad esempio Poole et al., 2006; Poole et al., 2007; McCarthy et al., 2007). Tale approccio permette il controllo delle strutture iniziali e delle orbite di interazione, rendendo inoltre possibile il monitoraggio degli effetti su lunghi intervalli temporali.

In particolare Poole et al. (2006) hanno analizzato le violazioni di equilibrio idrostatico nell’ICM a seguito di collisioni tra ammassi di galassie simulati. L’analisi viene sviluppata su un campione di nove ammassi di galassie, scelti in modo tale da poter simulare collisioni tra ammassi di galassie con rapporti di massa cosmologicamente significativi e caratteristiche delle orbite iniziali realistiche. A partire da un alone primario di massa $M_{200} = 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ vengono considerati aloni isolati con rapporti di massa rispettivamente pari a 1 : 1, 1 : 3 e 1 : 10. Per ciascuna coppia di aloni sono poi considerate tre orbite differenti caratterizzate da diversi valori della velocità tangenziale del sistema secondario calcolata all’istante in cui raggiunge R_{200} dell’alone primario:

$$v_t(R_{200}) = 0, 0.15, 0.4 \cdot V_c, \quad (3.1)$$

dove $V_c = \sqrt{\frac{GM_{200}}{R_{200}}}$ è la velocità circolare del sistema primario calcolata in R_{200} . La velocità radiale è stata invece fissata pari a $v_r(R_{200}) = 1.2 V_c$. Tali velocità sono state scelte in modo da campionare l’intervallo di parametri orbitali che caratterizzano le collisioni tra aloni di materia oscura effettivamente osservate nelle simulazioni (Tormen, 1997; Vitvitska et al., 2002).

Le simulazioni sono state sviluppate con il codice (SPH, TREE code) GASOLINE (Wadsley, Stadel & Quinn, 2004), includendo anche il raffreddamento radiativo. I risultati (vedi figura 3.3), mostrano che alla fine delle simulazioni, 7 Gyr dopo l’inizio della collisione, l’equilibrio idrostatico non è ancora stato recuperato dalle strutture, che evidenziano oscillazioni istantanee dell’indice di disequilibrio idrostatico calcolato in R_{500} e in R_{200} , con deviazioni massime del 15%.

¹Il termine “aloni isolati” sta a significare che tali strutture non si sono formate tramite processo gerarchico in un contesto cosmologico: si tratta infatti di sistemi generati ad hoc tramite campionamento dei profili di densità che meglio descrivono gli aloni reali (vedi sezione 3.2.1).

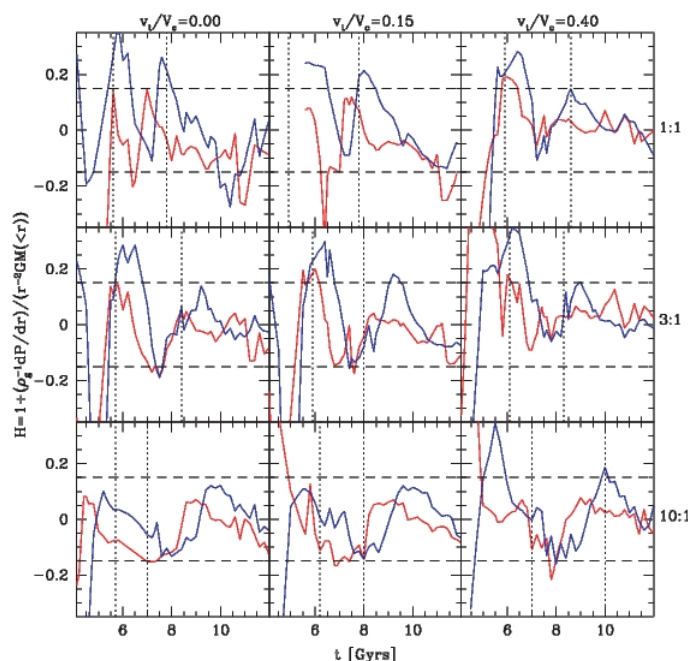


Figura 3.3: Parametro di disequilibrio idrostatico misurato rispettivamente a R_{500} (curva rossa) e R_{200} (curva blu) per le nove collisioni simulate, caratterizzate dai rapporti di massa 1 : 1, 1 : 3 e 1 : 6 (dall'alto verso il basso) e dalle velocità tangenziali $v_t(R_{200}) = 0, 0.15, 0.4 \cdot V_c$ (da sinistra a destra). Le linee tratteggiate orizzontali mostrano indicano il 15% di violazione dell'equilibrio (Poole et al., 2006).

In questo lavoro di tesi ci proponiamo di proseguire lo studio sul rilassamento degli aloni a seguito di collisioni. A tal fine costruiremo una procedura per l'analisi dell'equilibrio idrostatico in simulazioni controllate di collisioni tra ammassi di galassie in modo da dare vincoli quantitativi sui tempi di rilassamento. A tal fine, monitoreremo le deviazioni dalla condizione di equilibrio idrostatico nel corso delle collisioni tramite diversi indicatori, anche indipendenti dai profili radiali di densità e temperatura.

Le simulazioni, come già detto, verranno condotte con il codice parallelo GADGET-2, in assenza di raffreddamento radiativo e di feedback di qualsiasi tipo, al fine di ridurre al minimo i parametri del problema. Gli aloni simulati ad alta risoluzione permetteranno di riprodurre collisioni tra ammassi di galassie con rapporti di massa pari a 1 : 2, 1 : 3, 1 : 6 e 1 : 10. Specifichiamo inoltre che la nostra analisi si concentrerà in particolare entro il raggio R_{200} , che rappresenta il raggio massimo entro il quale ci aspettiamo di avere dati osservativi attendibili da effetto Sunyaev-Zeldovich² con la nuova generazione di telescopi.

²L'effetto Sunyaev-Zeldovich consiste nella distorsione dello spettro di CMB ad opera di elettroni altamente energetici, che interagiscono con i fotoni del fondo cosmico tramite meccanismo Compton-inverso.

3.2 Gli aloni isolati

3.2.1 Condizioni iniziali

Come risulta chiaro, uno dei punti cruciali per le simulazioni numeriche è la genesi delle condizioni iniziali. Le condizioni iniziali per gli aloni isolati sono state ottenute ponendo particelle di gas in equilibrio idrostatico all'interno di un alone di materia oscura, caratterizzato da un profilo di densità di tipo Navarro-Frenk-White (Navarro et al., 1996; NFW d'ora in avanti):

$$\rho(r) = \rho_c \frac{\delta_c}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}, \quad (3.2)$$

dove r_s è un raggio di scala, δ_c è una densità caratteristica adimensionale e ρ_c è la densità critica dell'Universo (vedi appendice A.5). La soluzione di equilibrio per il gas può essere trovata (Suto, Sasaki & Makino, 1998) assumendo che la frazione barionica dell'alone sia dinamicamente trascurabile e che il gas, di densità ρ_g , temperatura T_g e pressione P_g segua un'equazione di stato politropica di indice efficace γ_p , $P_g \propto \rho_g^{\gamma_p}$. Sotto tali assunzioni, l'equazione di equilibrio idrostatico 1.9 può essere risolta analiticamente (Komatsu & Seljak, 2001), ottenendo:

$$\rho_g(r) = \rho_{g0} \left\{ 1 - a \left[1 - \frac{\ln(1 + c_{NFW}x)}{c_{NFW}x} \right] \right\}^{\frac{1}{\gamma_p - 1}} \quad (3.3)$$

$$P_g(r) = P_{g0} \left\{ 1 - a \left[1 - \frac{\ln(1 + c_{NFW}x)}{c_{NFW}x} \right] \right\}^{\frac{\gamma_p}{\gamma_p - 1}} \quad (3.4)$$

$$T_g(r) = T_{g0} \left\{ 1 - a \left[1 - \frac{\ln(1 + c_{NFW}x)}{c_{NFW}x} \right] \right\}, \quad (3.5)$$

dove ρ_{g0} , P_{g0} e T_{g0} sono rispettivamente la densità, la pressione e la temperatura del gas in $r = 0$ e $x = r/R_{200}$. Inoltre $c_{NFW} = R_{200}/r_s$ è il parametro di concentrazione del modello NFW, e γ_p è l'indice politropico efficace. La costante a è definita come:

$$a = \frac{\gamma_p - 1}{\gamma_p} \frac{3}{\eta_0} \frac{c_{NFW}(1 + c_{NFW})}{(1 + c_{NFW})\ln(1 + c_{NFW}) - c_{NFW}}, \quad (3.6)$$

dove il parametro η_0 è a sua volta:

$$\eta_0 = \frac{T_0}{T_{vir}} = \frac{3R_{200}k_B T_0}{G\mu m_p M_{200}} \quad (3.7)$$

e correla la temperatura centrale T_0 con la massa M_{200} . È infine possibile fissare numericamente ρ_{g0} dal vincolo sulla massa di gas entro R_{200} ed η_0 fissando l'energia termica totale del gas entro R_{200} . Per fissare l'energia termica del gas, si richiede, come suggerito da Komatsu & Seljak (2001), che la pendenza dei profili di densità della materia oscura e del gas sia la stessa in R_{200} . Le posizioni iniziali delle particelle

di materia oscura e di gas sono dunque ottenute campionando tramite *Metodo Monte Carlo* i profili visti fino ad un raggio $r \gg R_{200}$.

Per creare una configurazione di equilibrio dell'alone di materia oscura, le velocità iniziali delle particelle sono assegnate in accordo ad una distribuzione Maxwelliana locale (Hernquist, 1993). Per quanto riguarda invece le velocità delle particelle di gas, dato che si suppone che la condizione iniziale sia di equilibrio idrostatico, esse sono fissate inizialmente pari a zero.

Chiaramente le soluzioni trovate non saranno soluzioni esatte di equilibrio, dato che in realtà per la frazione barionica non risulta $f_b \ll 1$.

Per dettagli sul processo di creazione delle condizioni iniziali vedi Viola et al. (2008).

3.2.2 Le nostre simulazioni

Possiamo dividere gli aloni generati in due gruppi:

- **Aloni a bassa risoluzione:** alone primario campionato con $6 \cdot 10^4$ particelle di materia oscura entro R_{200} ed inizialmente un ugual numero di particelle di gas (il secondario campionato in rapporto 1 : 6). Verranno successivamente utilizzati per testare le condizioni iniziali delle collisioni. Li indicheremo in seguito come insieme A.
- **Aloni ad alta risoluzione:** alone primario campionato con $2.5 \cdot 10^5$ particelle di materia oscura entro R_{200} ed inizialmente un ugual numero di particelle di gas (i secondari sono campionati nei rapporti 1 : 2, 1 : 3, 1 : 6, 1 : 10). Verranno utilizzati per l'effettivo studio dell'equilibrio idrostatico dell'ICM. Li indicheremo in seguito come insieme B.

In entrambi i casi, il rapporto tra la massa delle particelle di materia oscura e quelle di gas è determinato dalla frazione barionica, che assumiamo essere $f_{bar} = 0.19$. Per assicurare stabilità agli aloni, i profili di densità del gas sono stati inizialmente campionati fino a $r \sim 10 R_{200}$. Le caratteristiche degli aloni isolati simulati sono riassunte nella tabella 3.1.

Un importante parametro per gli aloni isolati è il tempo scala dinamico, definito come:

$$t_{dyn} = \left(\frac{1}{4\pi G\rho} \right)^{1/2}. \quad (3.8)$$

Nel nostro caso consideriamo il tempo dinamico entro R_{200} , al quale, per definizione, abbiamo una densità $\rho = 200 \rho_c$. Il t_{dyn} sarà dunque pari a $0.57 Gyr$ per tutti i nostri aloni isolati.

Mentre in Poole et al. (2006) lo stato dinamico degli aloni iniziali non viene testato, e viene dunque supposto che le condizioni generate corrispondano effettivamente ad una situazione prossima all'equilibrio idrostatico, nel nostro lavoro vogliamo verificare che il gas negli aloni che andremo a far collidere sia realmente in equilibrio.

Alone	$M_{200} (h^{-1}M_{\odot})$	c_{NFW}	$R_{200} (h^{-1}kpc)$
Primario (A)	$1 \cdot 10^{15}$	4.3	1630
Secondario 1 : 6 (A)	$1.67 \cdot 10^{14}$	5.05	900
Primario (B)	$1 \cdot 10^{15}$	4.3	1630
Secondario 1 : 2 (B)	$5 \cdot 10^{14}$	4.57	1300
Secondario 1 : 3 (B)	$3.33 \cdot 10^{14}$	4.7	1130
Secondario 1 : 6 (B)	$1.67 \cdot 10^{14}$	5.1	900
Secondario 1 : 10 (B)	$1 \cdot 10^{14}$	5.3	760

Tabella 3.1: Schema degli aloni isolati generati. Nella prima colonna abbiamo l'identificativo dell'alone, nella seconda la sua massa, nella terza l'indice di concentrazione c_{NFW} (calcolato secondo Bullock et al., 2001) e nella quarta R_{200} .

In questo modo sar  possibile studiare le violazioni di equilibrio idrostatico dovute direttamente alla collisione tra gli ammassi ed inoltre avremo un termine di paragone per determinare l'istante di rilassamento al quale il gas riacquister  una condizione prossima a quella di equilibrio iniziale. Le condizioni iniziali sopra presentate sono quindi state fatte evolvere inizialmente per $10 t_{dyn}$. In questo modo abbiamo potuto testare la stabilit  dei profili di densit  e temperatura, oltre a monitorare l'effettivo stato di equilibrio idrostatico del gas.

I profili di densit  e temperatura

Per quanto riguarda la scelta del parametro di softening gravitazionale ϵ (vedi sezione 2.1.1), esso   stato fissato per gli aloni primari pari a met  di quello suggerito da Power et al. (2003):

$$\epsilon_{Power} = 3 \frac{R_{200}}{\sqrt{N_{200}}} , \quad (3.9)$$

dove N_{200}   il numero di particelle contenute entro R_{200} . Dato che per le condizioni iniziali delle collisioni abbiamo bisogno di aloni risolti sulla stessa scala di lunghezza, i parametri di softening per le simulazioni degli aloni secondari sono stati posti pari a quelli scelti per le simulazioni dei primari. Avremo dunque:

- **Insieme A:** $\epsilon = 13 h^{-1}kpc$
- **Insieme B:** $\epsilon = 4.5 h^{-1}kpc$

In figura 3.4, 3.5 e 3.6 mostriamo, come esempio, l'evoluzione nell'arco di $10 t_{dyn}$ dei profili tridimensionali rispettivamente di densit  della materia oscura, di densit  della componente barionica e di temperatura per i due aloni primari (A pannello in alto, B pannello in basso). I profili sono graficati in funzione di r/R_{200} e sono valutati entro R_{200} . Bisogna notare che i profili di densit  oscillano per piccoli valori di r . Tali oscillazioni sono presenti nei profili di tutti gli aloni simulati e sono dovuti a rumore numerico di tipo Poissoniano. Se infatti confrontiamo i due pannelli di ciascuna figura,

notiamo che aumentando il numero di particelle entro R_{200} le oscillazioni tendono a diminuire significativamente. Per $r/R_{200} \gtrsim 0.02$ i profili risultano effettivamente stabili; si nota comunque una minima evoluzione per i profili di densità e temperatura del gas.

Caratterizzazione dell'equilibrio idrostatico

Per caratterizzare lo stato di equilibrio idrostatico del gas utilizzeremo tre differenti stimatori:

- Definiamo lo stimatore S_{HE} come:

$$S_{HE} = M_{es}(< r)/M_r(< r) , \quad (3.10)$$

dove $M_{es}(< r)$ è la massa stimata entro il raggio r tramite l'applicazione dell'equazione di equilibrio idrostatico 1.10 a partire dai profili radiali di densità e temperatura del gas, e la M_r è la massa reale entro il raggio r calcolata sommando i contributi delle singole particelle di materia oscura e di gas.

- Definiamo lo stimatore S_{Hyd} come:

$$S_{Hyd} = M_{es}(< r)/M_r(< r) , \quad (3.11)$$

dove $M_{es}(< r)$ è questa volta la massa stimata entro il raggio r tramite l'applicazione dell'equazione di equilibrio idrodinamico 1.12 a partire dai profili radiali di densità, temperatura, dispersione di velocità radiale e parametro di anisotropia del gas.

- Definiamo lo stimatore S_F come:

$$S_F = \sum_i \left(\frac{F_{Grav,i} - F_{Idro,i}}{F_{Grav,i} + F_{Idro,i}} \right) , \quad (3.12)$$

dove $F_{Grav,i}$ e $F_{Idro,i}$ sono rispettivamente i moduli della forza gravitazionale e della forza idrodinamica calcolate dal codice GADGET-2 agenti sulla particella i -esima (l'*output* del codice è stato modificato in modo tale da contenere anche le forze agenti sulla singola particella di gas). Chiaramente, in condizione di perfetto equilibrio idrostatico, lo stimatore sarà nullo per ogni singola particella. Tale stimatore, grazie alla forma della sua definizione, può essere utilizzato sia per ottenere profili radiali da confrontare con gli altri stimatori, sia per costruire vere e proprie mappe bidimensionali di violazione dell'equilibrio (come vedremo in seguito). La somma viene semplicemente fatta sulle particelle entro il bin considerato.

Mentre i primi due stimatori sono già presenti in letteratura (vedi ad esempio Rasia et al., 2004), l'ultimo, basato su un confronto diretto tra le forze, non è mai stato utilizzato in nessuno studio. Abbiamo introdotto S_F al fine di avere uno stimatore

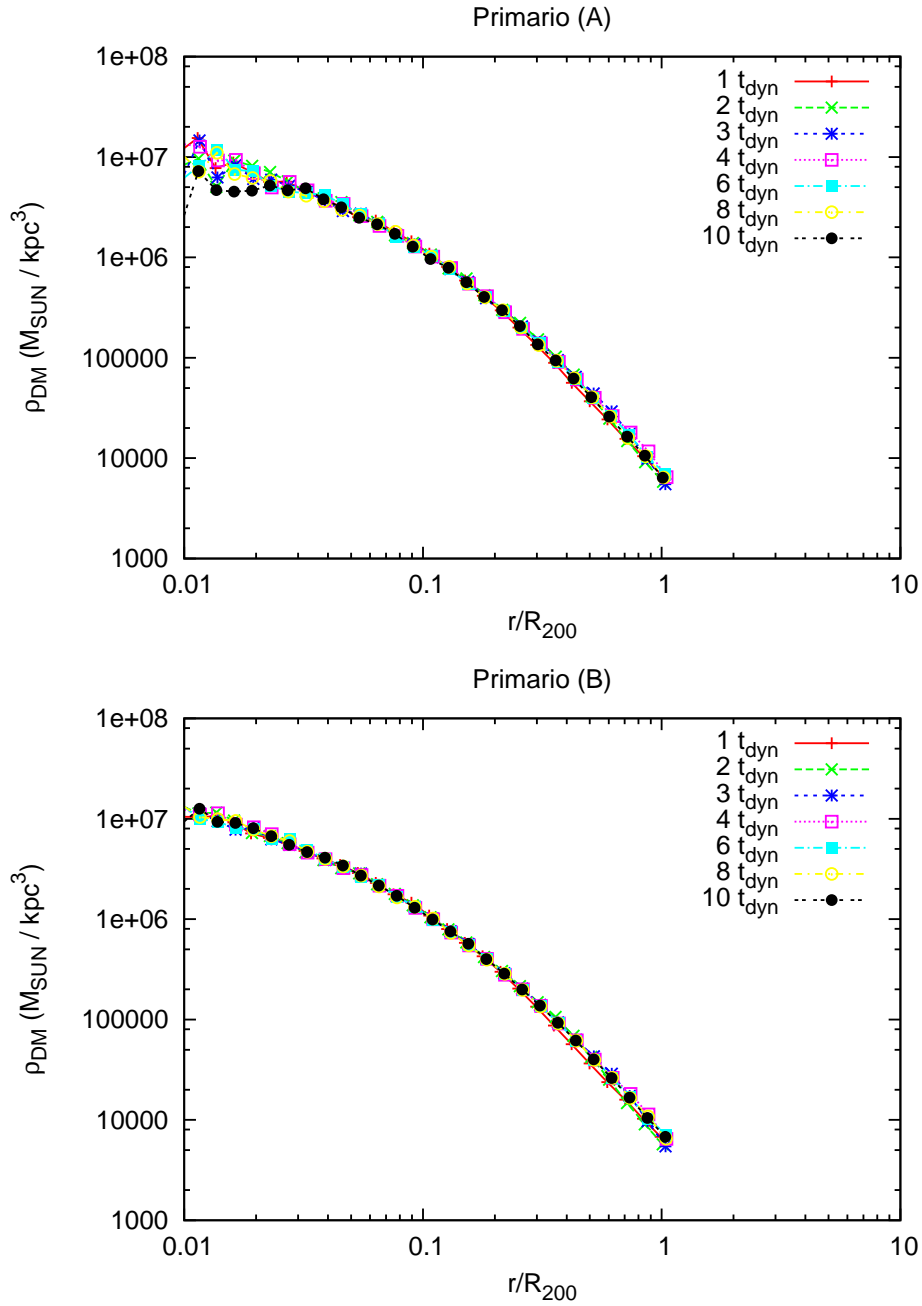


Figura 3.4: Evoluzione entro R_{200} del profilo tridimensionale di densità della componente di materia oscura rispettivamente per l'alone primario A (in alto) e per l'alone primario B (in basso). I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$.

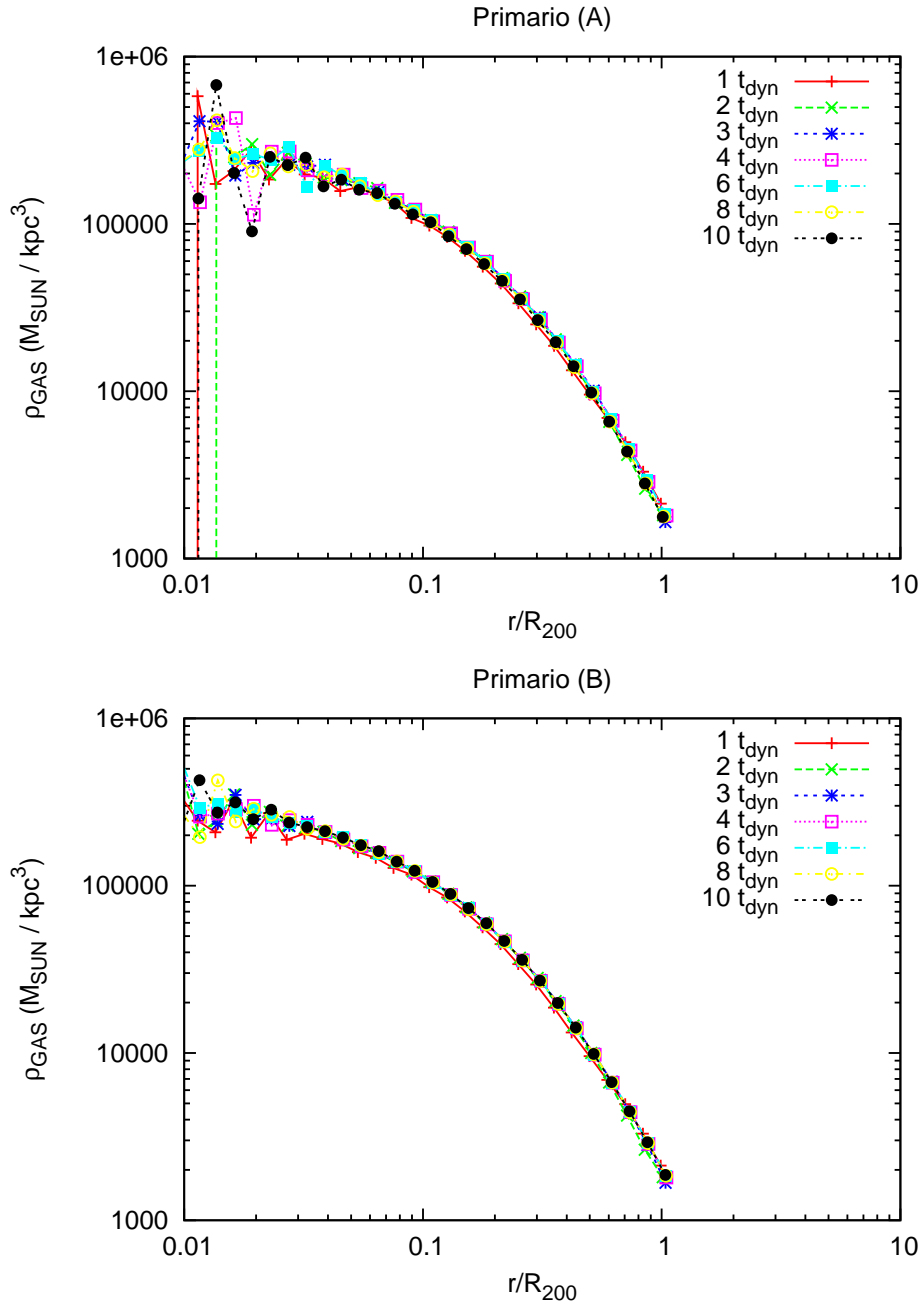


Figura 3.5: Evoluzione entro R_{200} del profilo tridimensionale di densità della componente barionica rispettivamente per l'alone primario A (in alto) e per l'alone primario B (in basso). I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{\text{dyn}}]$.

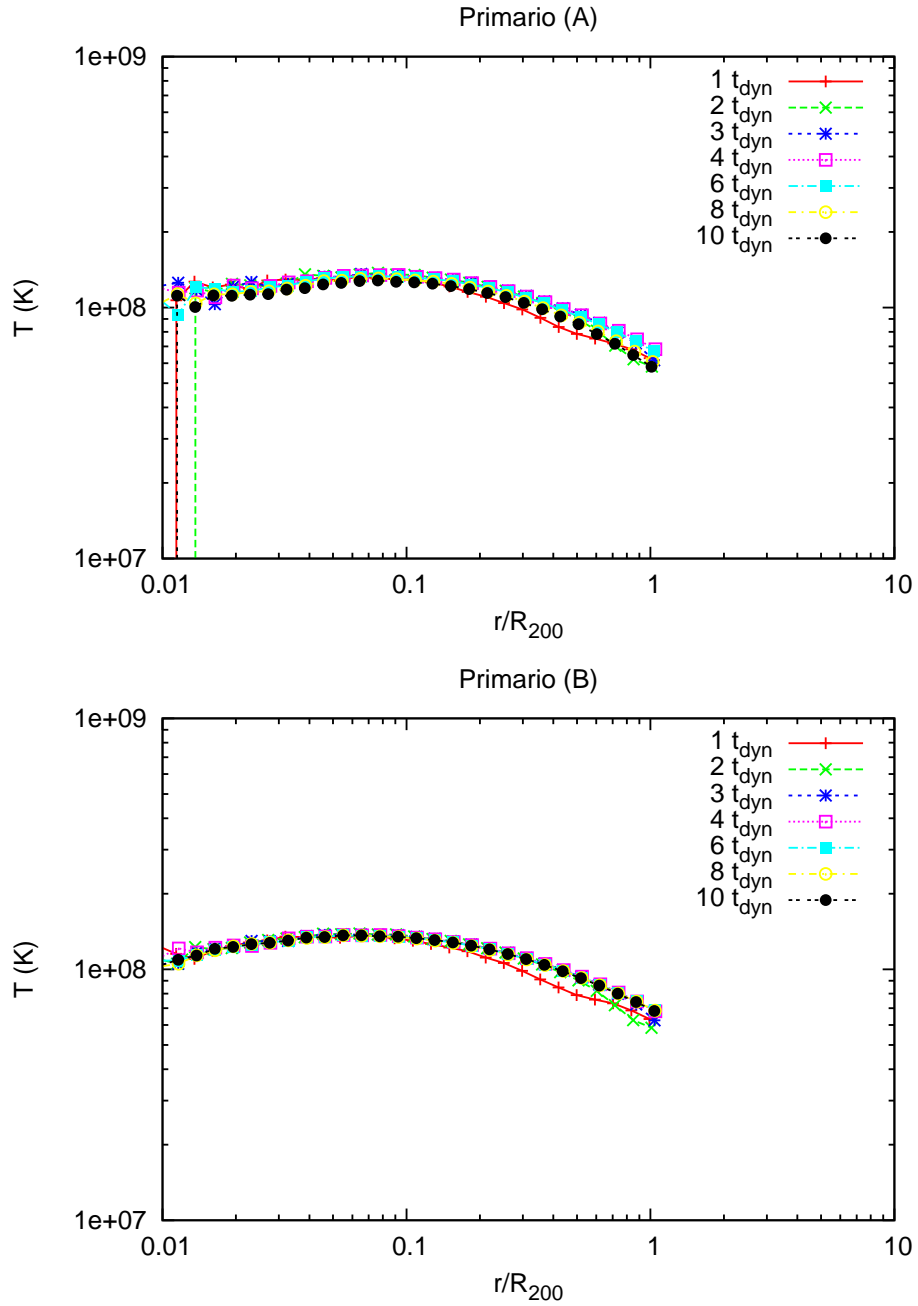


Figura 3.6: Evoluzione entro R_{200} del profilo tridimensionale di temperatura rispettivamente per l'alone primario A (in alto) e per l'alone primario B (in basso). I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$.

di equilibrio indipendente dai profili radiali delle grandezze e dunque dalle loro fluttuazioni. Vedremo in seguito che tale stimatore risulterà effettivamente più stabile degli altri due. Un tentativo simile è stato fatto da Piffaretti & Valdarnini (2008), i quali, per escludere possibili errori sistematici derivanti dal calcolo dei gradienti dei profili radiali di temperatura e densità, stimano la massa totale del sistema applicando direttamente l'equazione di equilibrio idrostatico nella forma 1.9. Il gradiente della pressione viene calcolato direttamente dalla distribuzione di particelle di gas sui punti di una griglia tridimensionale:

$$\nabla P(\vec{x}_g) \propto \sum m_i u_i \nabla W(|\vec{x}_i - \vec{x}_g|, h) \quad (3.13)$$

dove \vec{x}_g identifica le coordinate della griglia, u_i è l'energia totale della i -esima particella e W è il kernel del codice SPH (vedi sezione 2.2.2).

La figura 3.7 mostra l'evoluzione temporale dello stimatore S_{HE} in funzione di r/R_{200} per i due aloni primari. Dalla figura risulta chiara la presenza di una perturbazione (vedi curve 1–4 t_{dyn} in entrambe le immagini) che diminuisce in ampiezza con l'evoluzione del sistema. Tale perturbazione (corrispondente ad una chiara violazione della condizione di equilibrio idrostatico) è presente anche nei profili ottenuti per gli aloni secondari, e presenta un'evoluzione indipendente dalla massa di ciascun oggetto. Ciò significa che la perturbazione trae origine direttamente dalla procedura con cui creiamo le condizioni iniziali delle nostre simulazioni e non dalle caratteristiche individuali degli oggetti che vogliamo simulare.

Durante questa iniziale fase di rilassamento le particelle sono ridistribuite sui profili di densità e temperatura fino all'istante in cui viene raggiunta la configurazione di minima energia. Esistono almeno due motivi per i quali è possibile che le nostre condizioni iniziali si discostino dall'equilibrio. Prima di tutto, i profili per la componente di gas dati dalle equazioni 3.3 non rappresentano una soluzione di equilibrio esatta in quanto la massa del gas non è realmente trascurabile (f_b non è $\ll 1$). In secondo luogo, le posizioni iniziali delle particelle sono assegnate campionando tramite Metodo Monte Carlo la distribuzione di densità del gas e della materia oscura, mentre l'energia interna delle particelle viene assegnata in maniera deterministica. La combinazione dello scatter associato al campionamento Poissoniano dei profili di densità con l'assegnazione deterministica dell'energia interna delle particelle SPH, potrebbe effettivamente non portare ad una configurazione di equilibrio stabile.

Le figura 3.8 mostra l'evoluzione temporale dello stimatore S_F per i due aloni primari, valutato agli stessi t_{dyn} considerati per S_{HE} . Anche in questo caso, a piccoli raggi sono presenti significative fluttuazioni, dovute sempre a rumore di tipo Poissoniano. Risulta inoltre ben visibile l'evoluzione della perturbazione: l'intensità della violazione di equilibrio diminuisce significativamente dopo $3 t_{dyn}$, e a partire dalla quarta snapshot la situazione sembra convergere verso la condizione di equilibrio corrispondente allo stato di equilibrio più prossimo alle condizioni iniziali generate.

Bisogna notare che dalla quarta snapshot in poi (quindi dopo la fase di rilassamento più significativa), la dispersione tra le curve sia nel caso dello stimatore S_{HE} (figura 3.7) che nel caso dello stimatore S_F (figura 3.8), è sempre maggiore nel caso

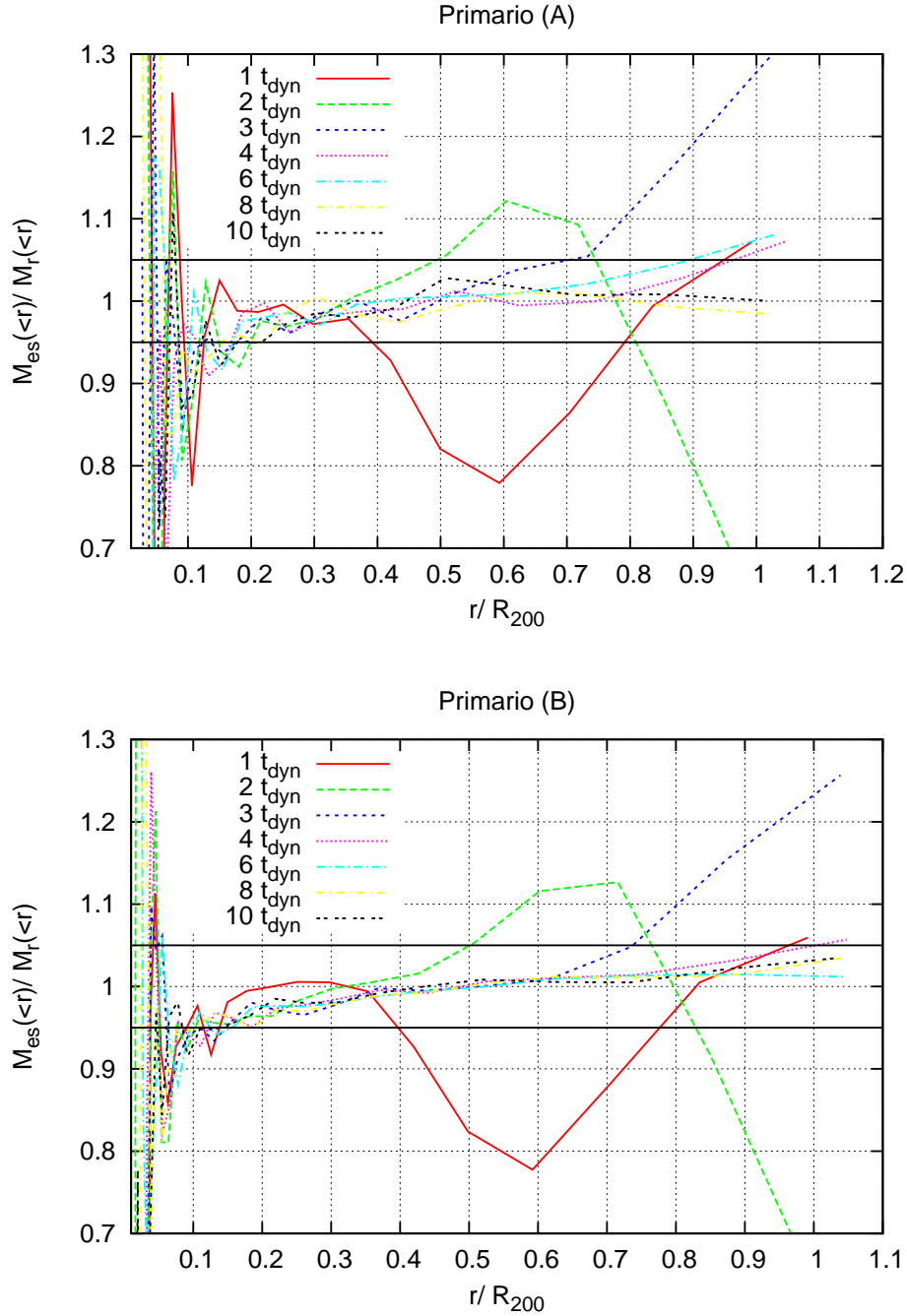


Figura 3.7: Evoluzione di S_{HE} valutata entro R_{200} per i due aloni primari in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $M_{es}(r)/M_r(r) = 1$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 5\%$. Il raggio R_{500} corrisponde a $r/R_{200} \simeq 0.7$. I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$.

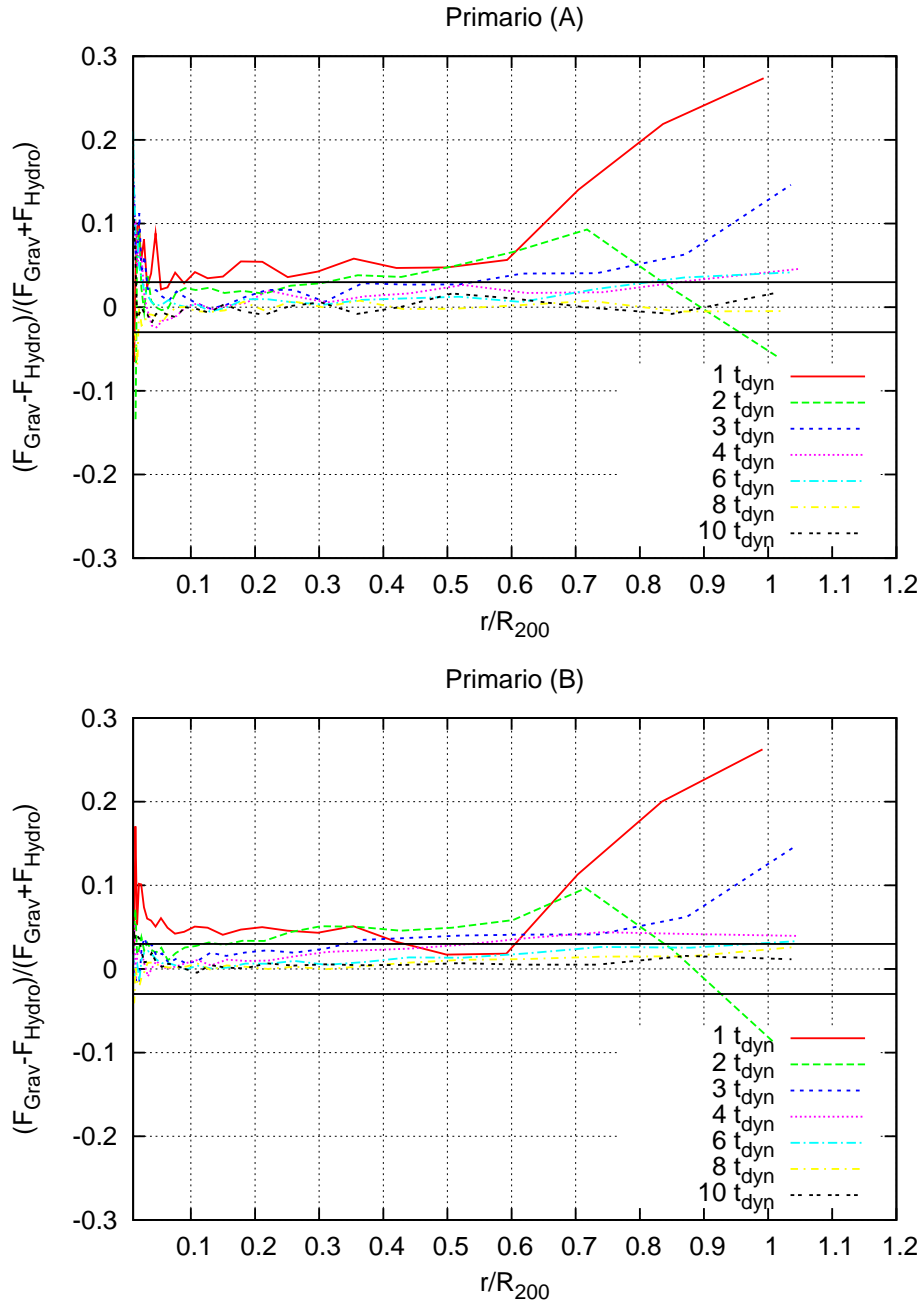


Figura 3.8: Evoluzione di S_F valutata entro R_{200} per i due aloni primari in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $(F_{\text{Grav},i} - F_{\text{Idro},i}) / (F_{\text{Grav},i} + F_{\text{Idro},i}) = 0$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 3\%$. Il raggio R_{500} corrisponde a $r/R_{200} \simeq 0.7$. I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{\text{dyn}}]$.

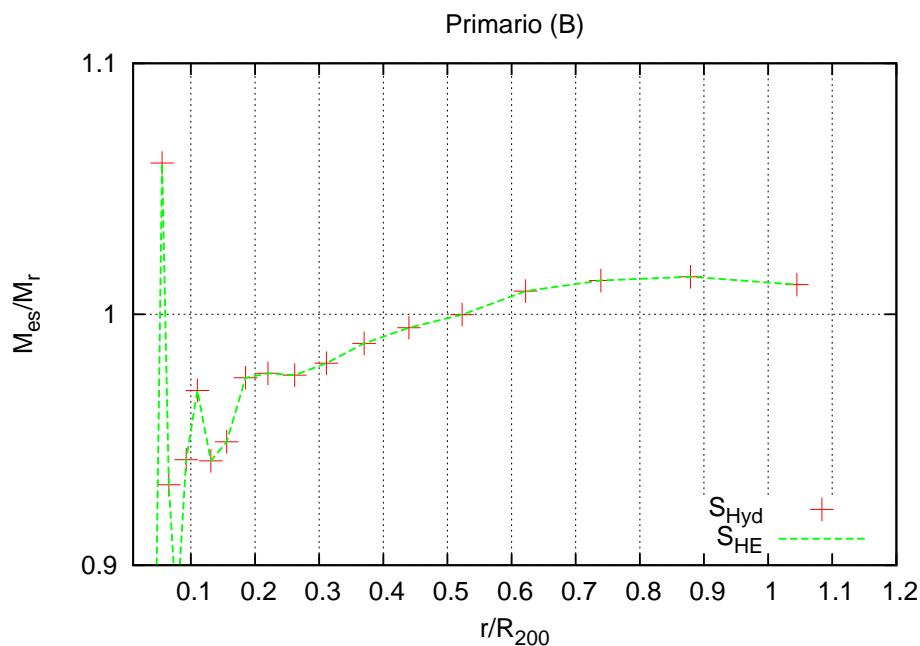


Figura 3.9: Alone Primario (B): confronto tra lo stimatore S_{HE} (curva verde) e S_{Hyd} (punti rossi) valutati a $t = 6 t_{dyn}$. Il raggio R_{500} corrisponde a $r/R_{200} \simeq 0.7$.

dell'alone primario (A). Ciò significa che aumentando la risoluzione delle simulazioni diminuisce l'ampiezza delle fluttuazioni rispetto alla condizione di equilibrio. Inoltre l'equilibrio viene in media recuperato meglio entro R_{500} (corrispondente nelle due figure a $r/R_{200} \simeq 0.7$) che entro R_{200} . Notiamo inoltre che lo stimatore S_F risulta effettivamente più stabile di S_{HE} : le fluttuazioni istantanee in R_{200} sono infatti per il primo al di sotto di $\sim 3\%$, mentre per il secondo sono pari a $\sim 5\%$ ed aumentano al diminuire della risoluzione. Lo stesso comportamento si osserva per l'evoluzione degli aloni secondari.

Come si può notare, nell'analisi precedente non abbiamo preso in considerazione lo stimatore S_{Hyd} . Ciò è dovuto al fatto che le nostre particelle di gas non dovrebbero presentare moti significativi, dato che le condizioni iniziali sono state create per essere il più vicino possibile ad una configurazione di equilibrio. Dovremmo avere dunque $S_{Hyd} \simeq S_{idrostatico}$. La figura 3.9 mostra il confronto tra i due stimatori nel caso dell'alone primario (B), all'istante $t = 6 t_{dyn}$: le differenze tra i due stimatori non sono effettivamente apprezzabili. Se consideriamo i valori di S_{Hyd} e S_{HE} in R_{200} otteniamo in effetti che $S_{idrostatico}/S_{Hyd} \simeq 0.9995$. Anche nella fase di rilassamento iniziale non si apprezzano differenze tra i due stimatori.

Se per gli aloni a bassa risoluzione possiamo accontentarci di prendere una qualsiasi snapshot successiva alla fase di rilassamento principale ($t \geq 4t_{dyn}$) come condizione iniziale per gli esperimenti di collisione, per gli aloni ad alta risoluzione abbiamo necessità di scegliere delle snapshots che presentino il massimo dell'equilibrio idrostatico raggiungibile entro il limite delle fluttuazioni numeriche. Per le simulazioni ad alta

risoluzione possiamo dunque definire i seguenti criteri di equilibrio idrostatico:

- $S_{HE} \lesssim 5\%$ entro R_{200}
- $S_F \lesssim 3\%$, entro R_{200}

Abbiamo dunque scelto come condizione iniziale per le nostre simulazioni di collisioni tra ammassi di galassie ad alta risoluzione le snapshots corrispondenti all'evoluzione degli aloni isolati iniziali per $6 t_{dyn}$, in quanto per tutti gli aloni a $t = 6 t_{dyn}$ le condizioni di equilibrio sopra indicate sono soddisfatte. Nelle figure 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13 viene mostrata l'evoluzione degli stimatori S_{HE} (pannelli in alto) e S_F (pannelli in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} , rispettivamente per gli aloni secondari ad alta risoluzione 1 : 2, 1 : 3, 1 : 6 e 1 : 10. In ciascuna figura i profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$. Come si può vedere la perturbazione segue la stessa evoluzione indipendentemente dalla massa dell'oggetto. Inoltre per tutti gli aloni sono effettivamente soddisfatte le condizioni di equilibrio sopra definite all'istante $t = 6 t_{dyn}$. Tali condizioni determinano dunque il limite della precisione numerica con la quale possiamo "settare" l'equilibrio idrostatico e successivamente verificare la sua violazione.

3.2.3 Cinematica delle collisioni

Generare le condizioni iniziali per le collisioni tra gli aloni isolati corrisponde a generare delle posizioni e delle velocità iniziali per i due sistemi interagenti. Significa cioè trovare le condizioni iniziali (\vec{r}_0, \vec{v}_0) per i due corpi, tali che sotto l'azione della sola interazione gravitazionale reciproca questi seguano una traiettoria prescelta. In approssimazione di masse puntiformi, tale problema è risolvibile analiticamente.

Le orbite da noi considerate in questo lavoro di tesi sono di tipo parabolico (in analogia con quanto fatto da Mastropietro C. & Burkert A., 2008), ossia la velocità dell'alone secondario approssima in ogni istante la velocità di fuga alla posizione $\vec{r}(t)$, definita come:

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2G(m_1 + m_2)}{r}}, \quad (3.14)$$

dove m_1 e m_2 sono le masse dei due sistemi interagenti e r è la distanza radiale tra i due corpi al tempo t . Nel calcolo delle condizioni iniziali gli aloni vengono approssimati a punti materiali di massa rispettivamente m_1 e m_2 . Complessivamente l'equazione dell'orbita dipende da tre variabili:

- distanza iniziale tra le due masse puntiformi;
- distanza tra le due masse puntiformi nell'istante di passaggio al pericentro ³;
- velocità del sistema secondario nell'istante di passaggio al pericentro;

³il pericentro è definito come il punto dell'orbita più vicino al centro di massa del sistema.

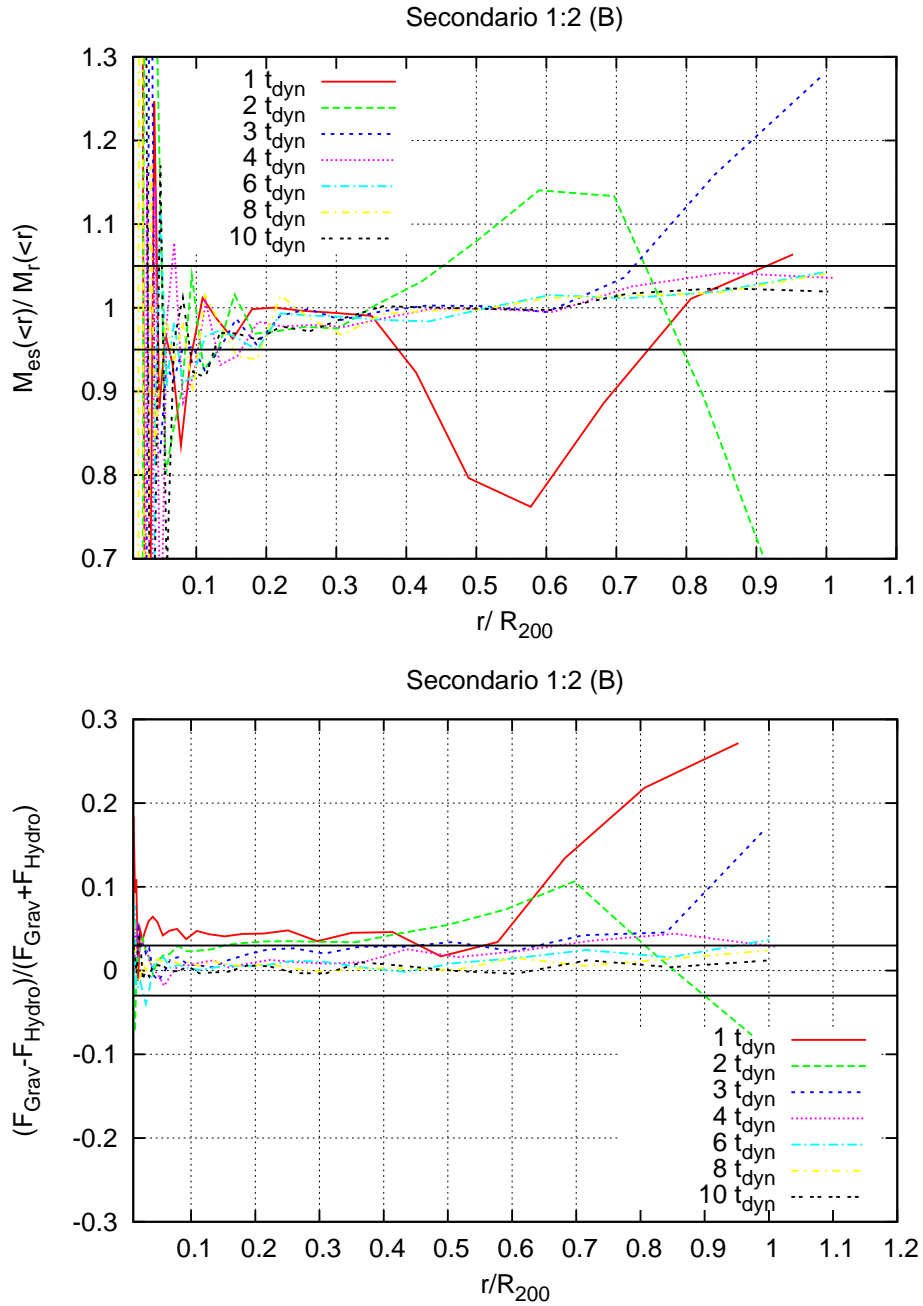


Figura 3.10: Alone secondario 1:2 B. In alto: evoluzione di S_{HE} entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $M_{es}(r)/M_r(r) = 1$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 5\%$. In basso: evoluzione di S_F entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $(F_{Grav,i} - F_{Idro,i})/(F_{Grav,i} + F_{Idro,i}) = 0$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 3\%$. I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$.

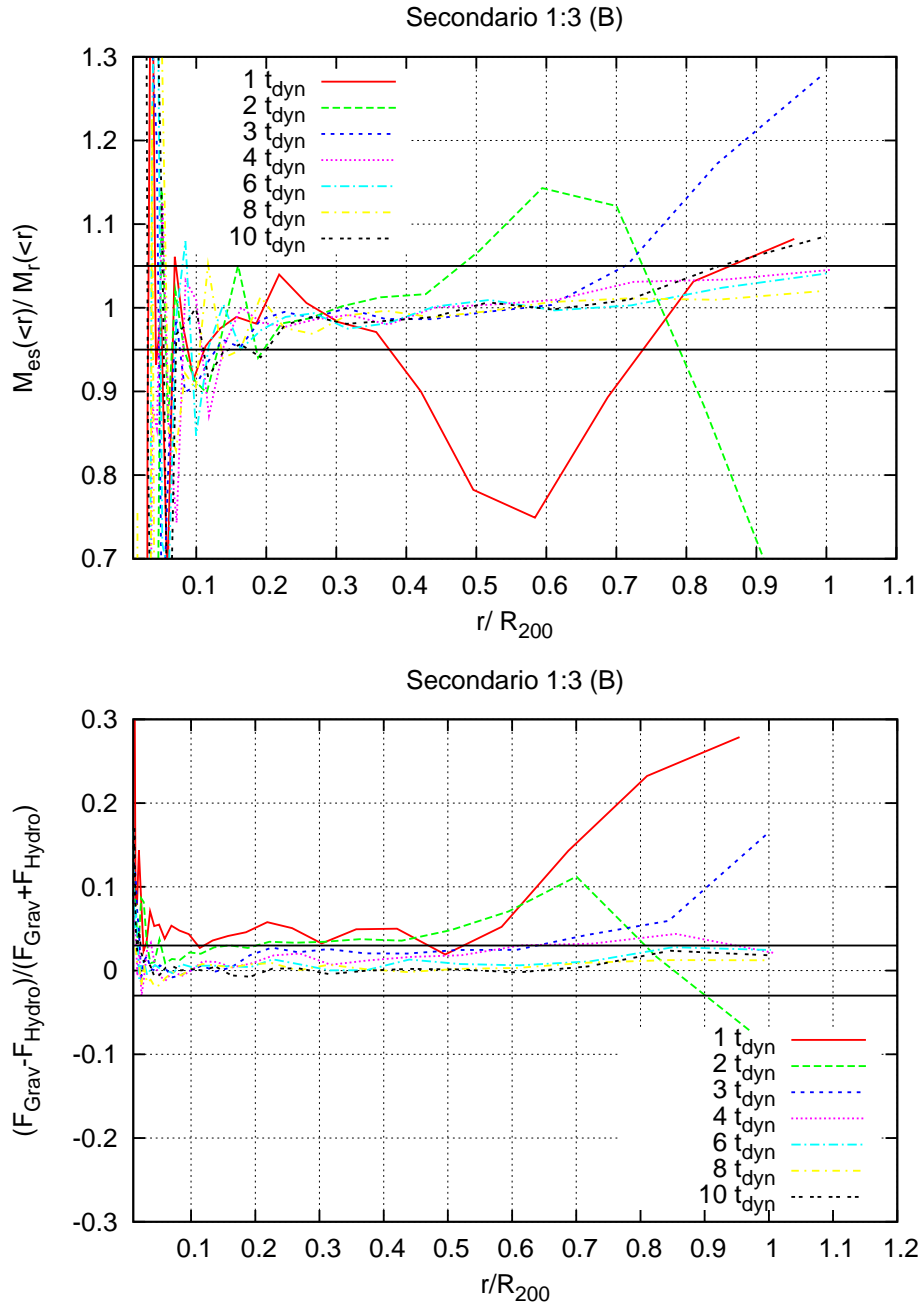


Figura 3.11: Alone secondario 1:3 B. In alto: evoluzione di S_{HE} entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $M_{es}(r)/M_r(r) = 1$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 5\%$. In basso: evoluzione di S_F entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $(F_{Grav,i} - F_{Idro,i})/(F_{Grav,i} + F_{Idro,i}) = 0$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 3\%$. I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$.

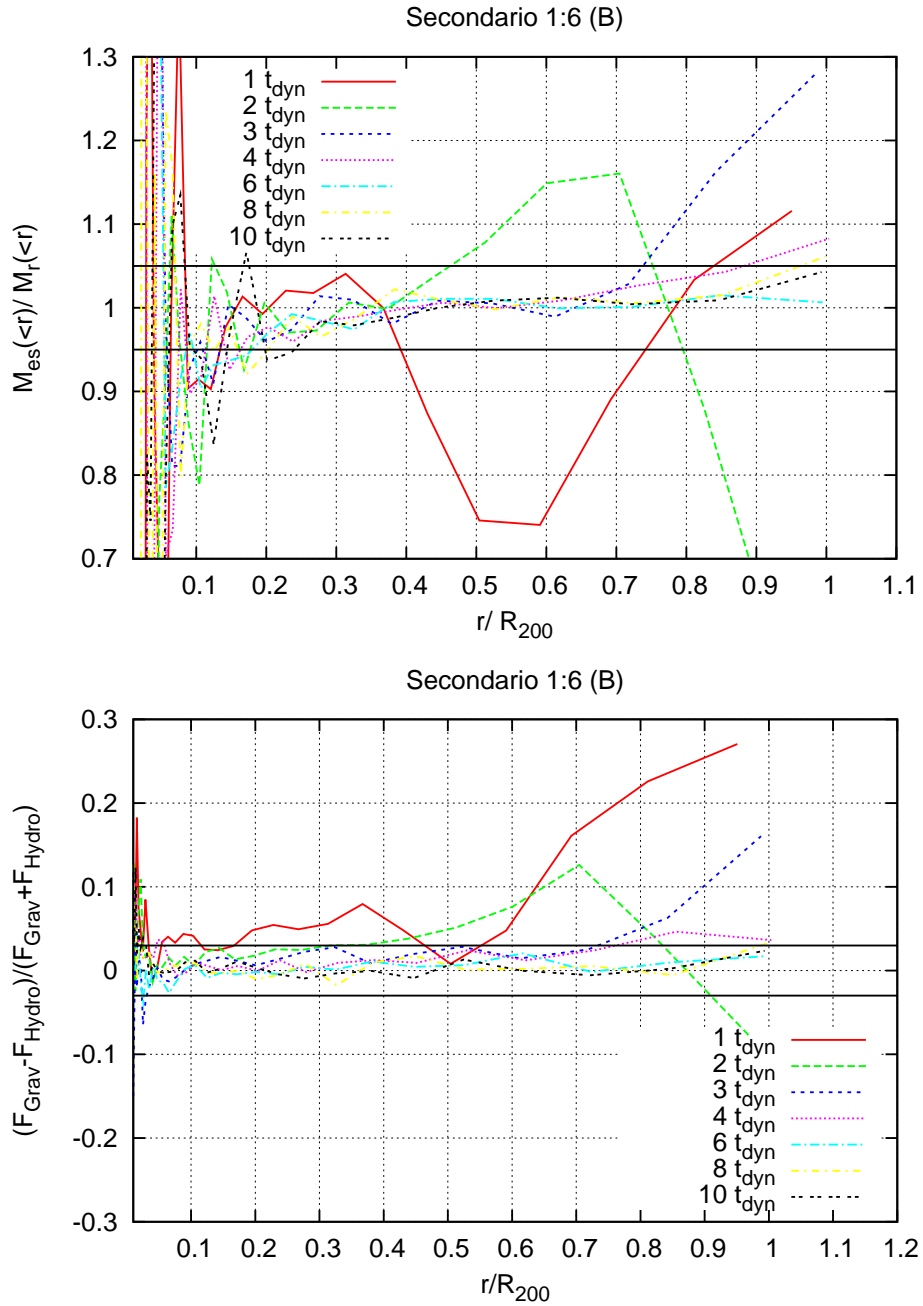


Figura 3.12: Alone secondario 1:6 B. In alto: evoluzione di S_{HE} entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $M_{es}(r)/M_r(r) = 1$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 5\%$. In basso: evoluzione di S_F entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $(F_{Grav,i} - F_{Idro,i})/(F_{Grav,i} + F_{Idro,i}) = 0$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 3\%$. I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$.

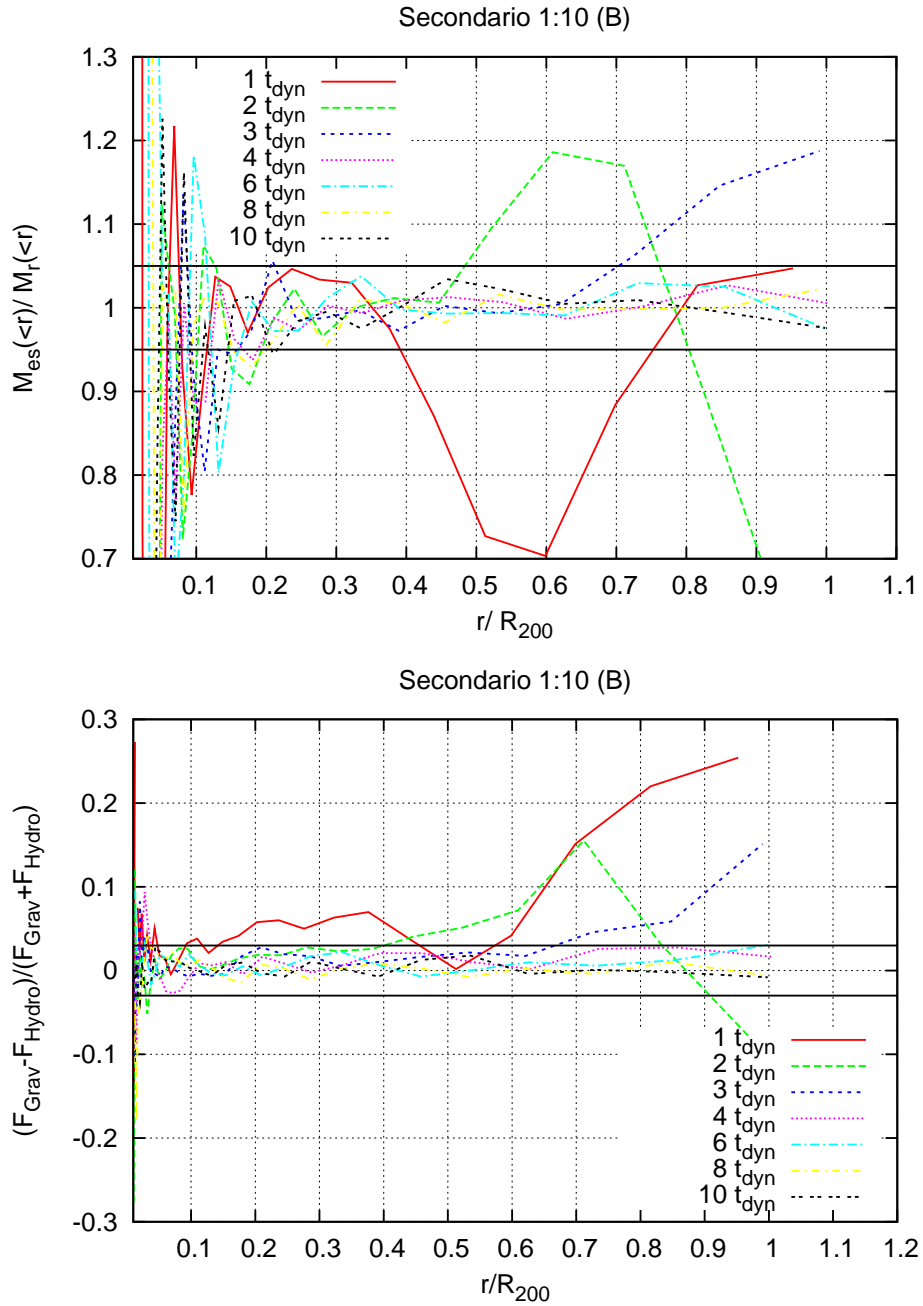


Figura 3.13: Alone secondario 1:10 B. In alto: evoluzione di S_{HE} entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $M_{es}(r)/M_r(r) = 1$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 5\%$. In basso: evoluzione di S_F entro R_{200} in funzione di r/R_{200} . La condizione di equilibrio idrostatico si ha per $(F_{Grav,i} - F_{Idro,i})/(F_{Grav,i} + F_{Idro,i}) = 0$ mentre le linee nere continue indicano il relativo discostamento di $\pm 3\%$. I profili corrispondono a 7 tempi differenti con $t = [0, 10 t_{dyn}]$.

di cui solo due sono linearmente indipendenti, note le masse dei due corpi. Nel nostro caso, fisseremo la distanza iniziale e la distanza al pericentro, dunque la velocità al pericentro risulterà automaticamente determinata.

Per quanto riguarda la scelta della distanza iniziale tra i due corpi, questa dovrà essere tale che i due aloni siano inizialmente non in contatto. Vogliamo cioè che le due distribuzioni di gas non siano inizialmente sovrapposte: a causa dell'interazione gravitazionale si instaura infatti uno stato di "pre-shock" all'interno dell'ICM, ben prima che le due distribuzioni di gas siano materialmente in contatto. La fase di "pre-shock" veicola chiaramente l'evoluzione successiva delle perturbazioni. Partire dunque da una condizione iniziale che escluda tale fase coinciderebbe con il partire da una condizione non fisica.

Una scelta naturale potrebbe allora essere:

$$d_{ini} = R_{max,1} + R_{max,2} , \quad (3.15)$$

dove $R_{max,1}$ ed $R_{max,2}$ sono rispettivamente il raggio massimo della distribuzione di gas nell'alone primario e nell'alone secondario. Come già detto, i profili iniziali di densità degli aloni isolati sono stati campionati fino a $r \sim 10 R_{200}$ in modo da dare stabilità al sistema. Questo comporterebbe distanze iniziali d_{ini} dell'ordine di $\sim 40000 \text{ kpc}$ per le collisioni tra aloni con rapporto di massa 1 : 2 e $d_{ini} \sim 25000 \text{ kpc}$ per il rapporto di massa 1 : 10. Tali distanze implicherebbero un tempo di calcolo inutilmente elevato per il monitoraggio dell'intero processo di collisione. Supponendo infatti che la velocità dell'alone secondario sia $v \simeq 1000 \text{ km/s}$, esso percorrerà una distanza di circa 1 Mpc per Gyr . Dunque nel caso del rapporto di massa 1 : 2 questo comporterebbe ben 70 t_{dyn} di integrazione prima che i due aloni mergano effettivamente (rispettivamente, per il rapporto di massa 1 : 10 si dovrebbero avere 44 t_{dyn} di integrazione).

Per diminuire i tempi computazionali abbiamo dunque deciso di ricampionare i profili di densità del gas e della materia oscura $\rho_{ini}(r)$ secondo la distribuzione, già utilizzata da Poole et al. (2006):

$$\rho(r) = \rho_{ini}(r) \exp[-(r - R_{200}/R_{sm})^3] , \quad (3.16)$$

dove R_{sm} è un raggio scala, arbitrariamente posto pari a $R_{200}/2$. In tal modo i profili di densità vengono troncati a partire da R_{200} (entro cui, come già detto, si concentra la nostra analisi) e sono tali che in $r = 2R_{200}$ la densità diminuisca di un fattore e^{-8} . Nelle figure 3.14 e 3.15 sono mostrati come esempio i profili di densità del gas a seguito del troncamento (curva verde) sovrapposti ai profili di densità pre-troncamento (curva rossa), per gli aloni isolati selezionati come condizioni iniziali delle nostre collisioni (dopo 6 t_{dyn} di evoluzione). Come si può notare entro R_{200} il profilo di densità rimane invariato. Il raggio massimo degli aloni ricampionati risulta in tal modo $R_{max} \simeq 2R_{200}$: oltre tale raggio le particelle hanno densità troppo bassa, il che numericamente equivale ad una probabilità di rielezione quasi trascurabile durante il processo di ricampionamento.

In questo modo è stato possibile fissare le distanze iniziali tra i due aloni come in tabella 3.2.

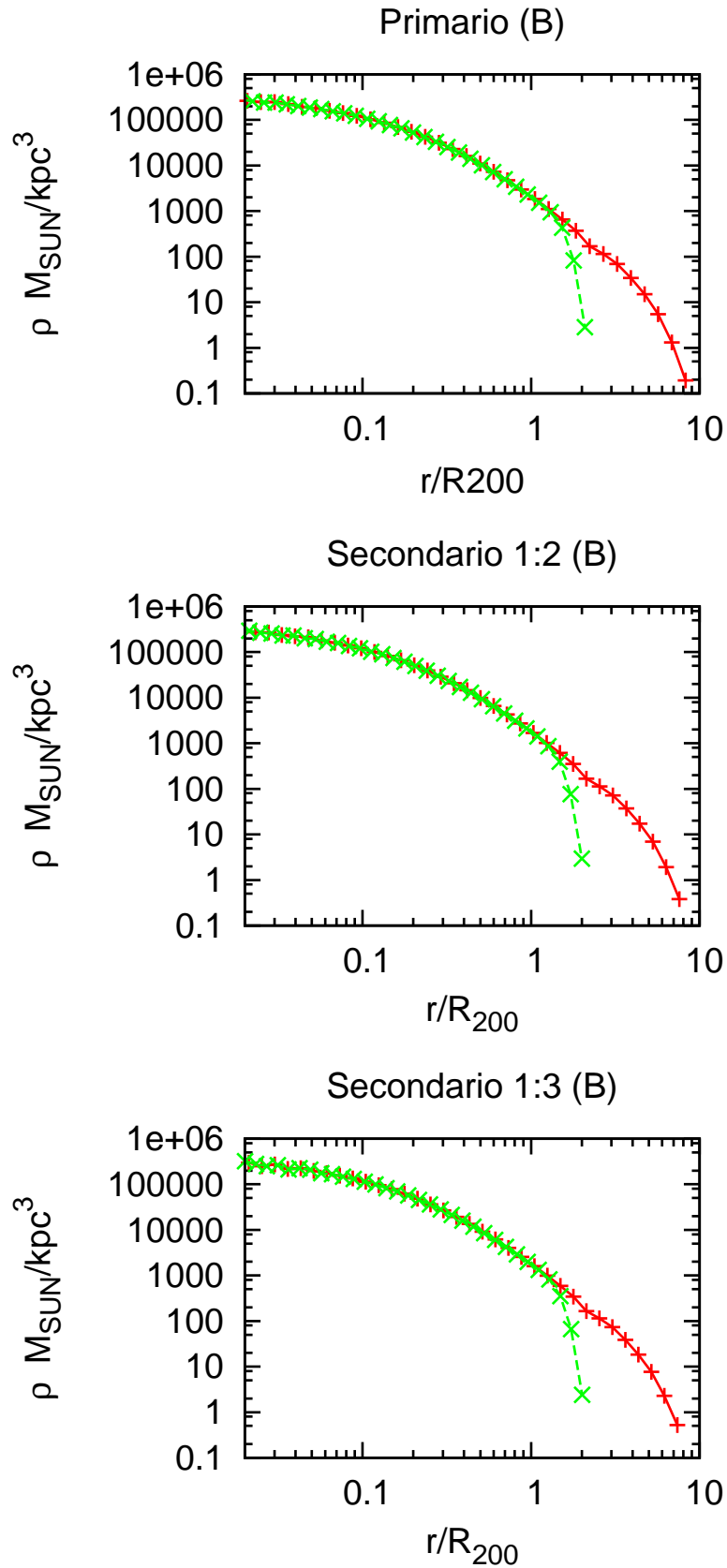


Figura 3.14: Profili di densità del gas degli aloni ad alta risoluzione pre (curva rossa) e post (curva verde) troncamento in funzione di r/R_{200} . Dall'alto verso il basso: alone primario, alone secondario 1 : 2 e alone secondario 1 : 3.

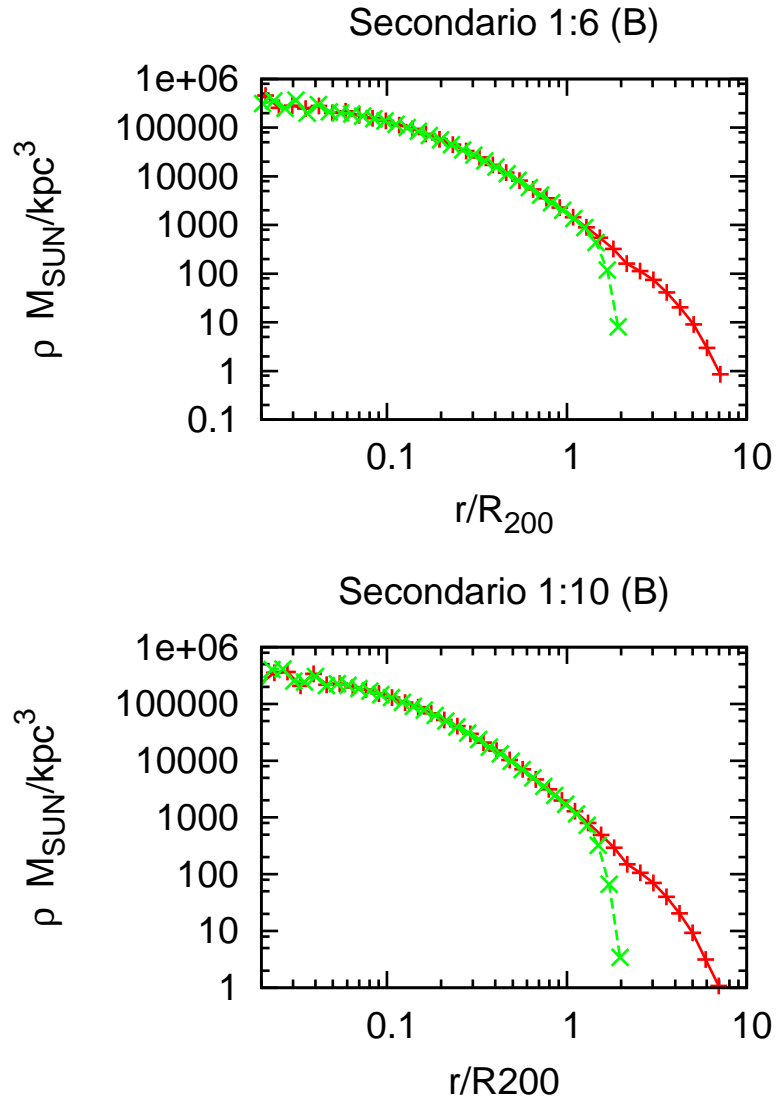


Figura 3.15: Profili di densità per la componente di gas degli aloni ad alta risoluzione (insieme B) pre (curva rossa) e post (curva verde) troncamento in funzione di r/R_{200} . Alone secondario 1 : 6 (in alto) e alone secondario 1 : 10 in basso.

Collisione	$d_{ini} = R_{max,1} + R_{max,2}$
1:6 (A)	5267
1:2 (B)	6195
1:3 (B)	5860
1:6 (B)	5267
1:10 (B)	5037

Tabella 3.2: Condizioni iniziali delle collisioni: distanze iniziali tra gli aloni troncati.

Per quanto riguarda la distanza al pericentro, essa è stata posta pari a $100h^{-1}kpc$ per tutte le collisioni.

3.2.4 Bagno termico

In assenza di pressione esterna, ossia nel caso in cui l'alone isolato sia immerso nel vuoto, si assiste ad una espansione della distribuzione di gas. Durante l'evoluzione degli aloni isolati analizzata precedentemente, tale espansione ha interessato chiaramente le zone più esterne dei sistemi, corrispondenti a $r \sim 10 R_{200}$, mentre le zone di interesse ($r < R_{200}$) sono risultate stabili proprio grazie alla materia in eccesso presente (ricordiamo che i profili di densità erano stati campionati fino a raggi così estesi proprio con lo scopo di dare stabilità alle strutture). A seguito del troncamento dei profili di densità tale supporto viene a mancare ed i nostri aloni riprendono ad espandersi. Per limitare l'espansione delle strutture nella fase pre-collisione e durante la collisione stessa, abbiamo dunque deciso di immergerle in un bagno termico, imitando quanto fatto da Poole et al. (2006). Abbiamo quindi generato all'interno della "box" di simulazione una distribuzione uniforme di particelle di gas di densità ρ_b e temperatura T_b , tali da creare una pressione P_b sulla distribuzione di gas dei nostri aloni.

Per riuscire a scegliere in maniera accurata la pressione di confinamento da esercitare sugli strati più esterni dei nostri sistemi, abbiamo simulato la collisione tra gli aloni a bassa risoluzione in 2 differenti condizioni ambientali:

- bagno termico caratterizzato da una pressione pari alla pressione tipica del mezzo intergalattico: $P_b = P_{IGM}$, dove $P_{IGM} = (\Omega_b \rho_c k_B T_{IGM}) / (\mu m_p)$ e $T_{IGM} = 3 \times 10^5 K$ (valore di P_b utilizzato in Poole et al., 2006);
- bagno termico caratterizzato da una pressione pari alla pressione del guscio più esterno dell'alone primario: $P_b = P_{ext}$, dove $P_{ext} = (\rho_{ext} k_B T_{ext}) / (\mu m_p)$, con ρ_{ext} e T_{ext} rispettivamente densità e temperatura del gas dell'alone primario valutati per $1.7 \lesssim r/R_{200} \lesssim 2$ (si ha $P_{ext} > P_{IGM}$).

A seguito di tali test (per l'analisi dettagliata vedi la sezione 4.3), in cui abbiamo studiato le variazioni nell'evoluzione delle collisioni indotte da una differente pressione del bagno termico, P_b è stata fissata pari a quella dell'IGM.

3.2.5 Stabilità delle condizioni iniziali

Per verificare la stabilità delle condizioni iniziali abbiamo fatto evolvere per $10 t_{dyn}$ l'alone primario a bassa risoluzione immerso nei due differenti bagni termici. Le figure 3.16 e 3.17 mostrano gli stimatori S_{HE} (in alto) e S_F (in basso) entro R_{200} , rispettivamente nel caso con $P_b = P_{IGM}$ ed in quello con $P_b = P_{ext}$. I profili sono stati valutati rispettivamente a $t = 1 t_{dyn}$, $t = 3 t_{dyn}$ e $t = 5 t_{dyn}$.

Per $r/R_{200} > 0.6$ e $t = 1 t_{dyn}$ si evidenzia in entrambi i casi una piccola perturbazione dell'equilibrio idrostatico, che viene comunque cancellata nei tempi successivi: in $t = 3 t_{dyn}$ la condizione di equilibrio idrostatico all'interno di R_{200} viene raggiunta

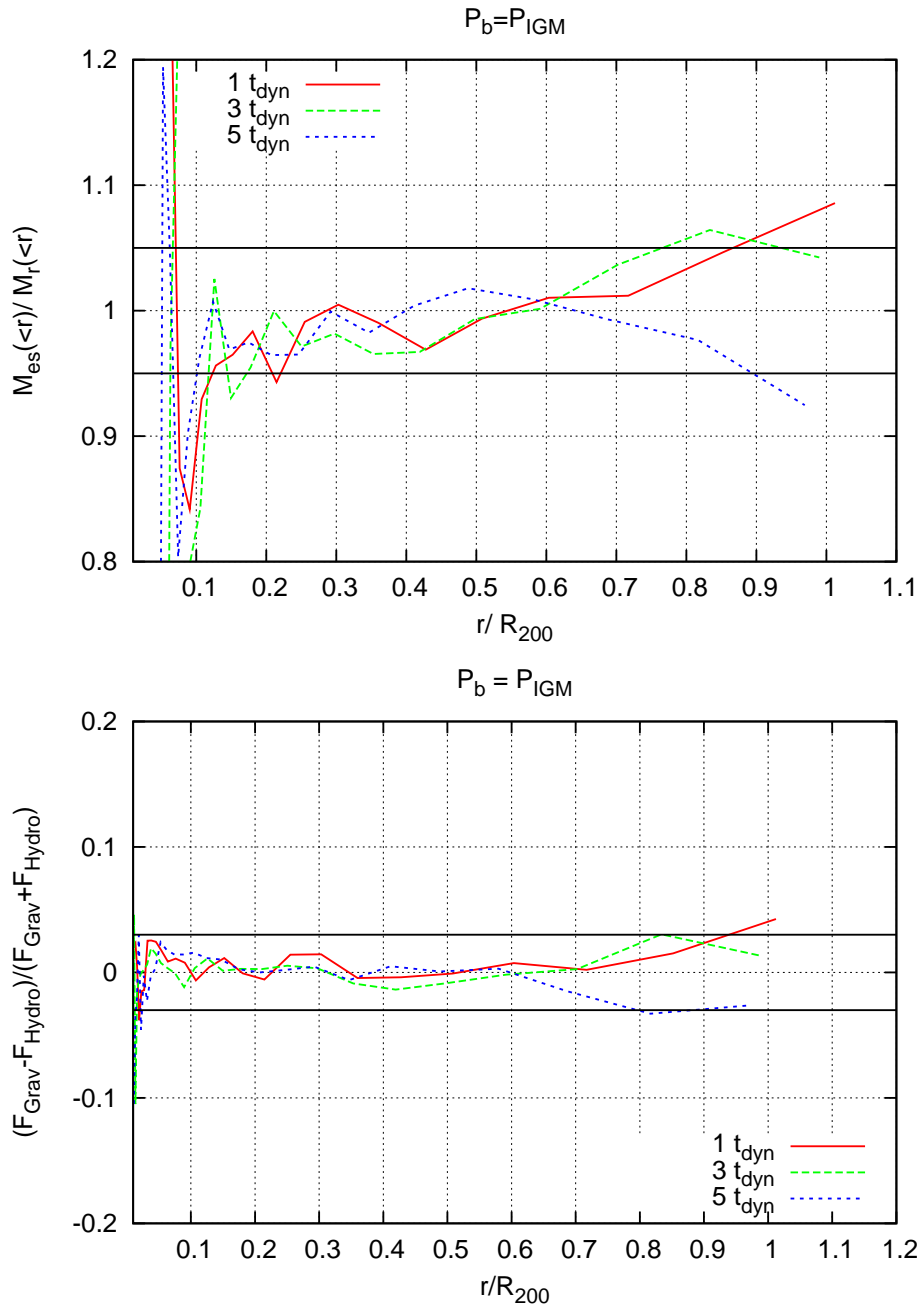


Figura 3.16: Alone primario A immerso in bagno termico con $P_b = P_{IGM}$: stimatori S_{HE} (in alto) e S_F (in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . I profili sono stati valutati per $t = 1 t_{dyn}$, $t = 3 t_{dyn}$ e $t = 5 t_{dyn}$. Le linee nere continue rappresentano il discostamento dalla condizione di equilibrio rispettivamente di $\pm 5\%$ (pannello in alto) e di $\pm 3\%$ (pannello in basso).

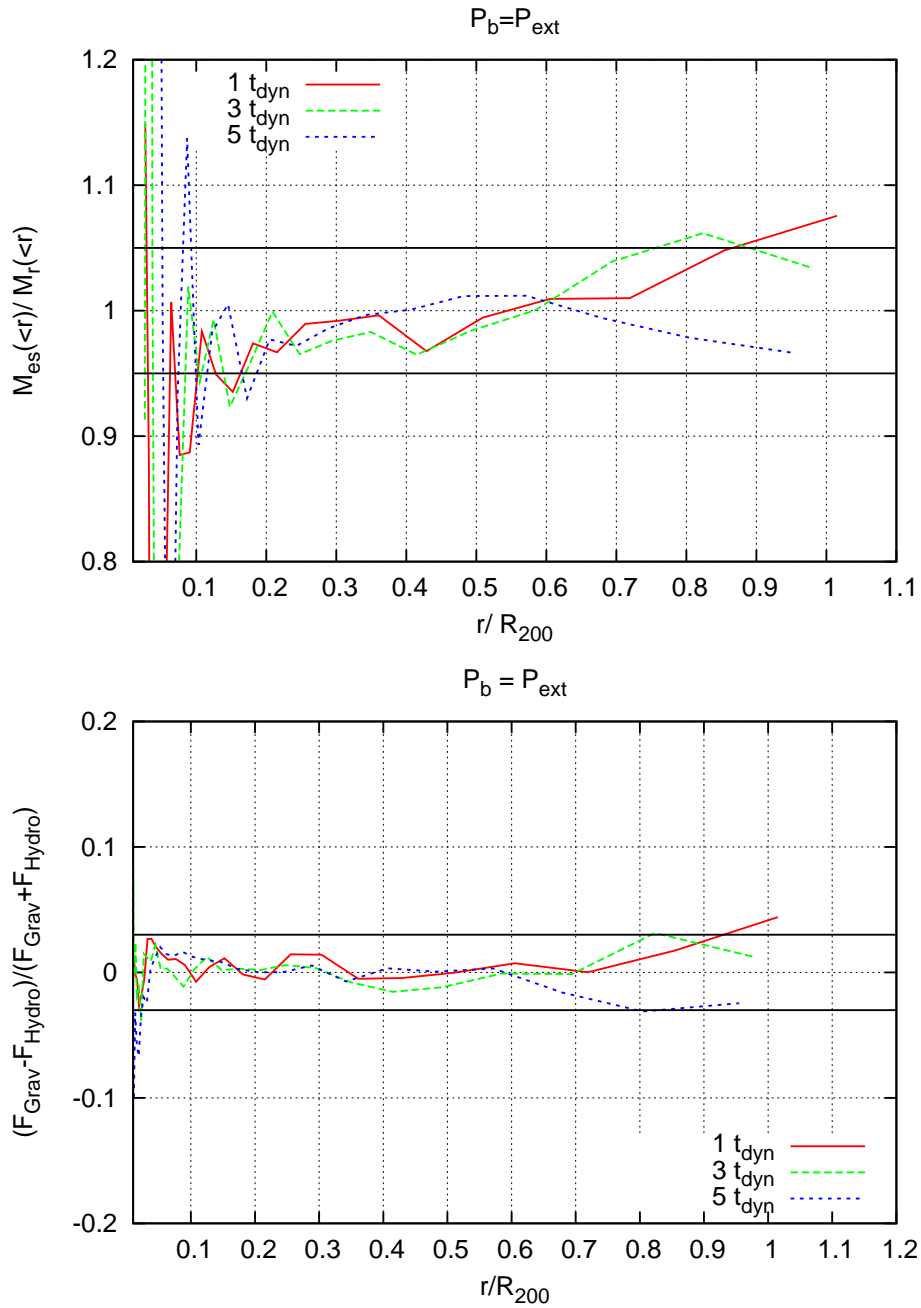


Figura 3.17: Alone primario A immerso in bagno termico con $P_b = P_{ext}$: stimatori S_{HE} (in alto) e S_F (in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . I profili sono stati valutati per $t = 1 t_{dyn}$, $t = 3 t_{dyn}$ e $t = 5 t_{dyn}$. Le linee nere continue rappresentano il discostamento dalla condizione di equilibrio rispettivamente di $\pm 5\%$ (pannello in alto) e di $\pm 3\%$ (pannello in basso).

entro i limiti numerici sopra definiti (vedi sezione 3.2.2) per entrambi gli esperimenti di collisione. Dato che nei due casi non si evidenziano differenze sostanziali, possiamo supporre che tali fluttuazioni siano dovute al processo di troncamento degli aloni isolati e non all'interazione degli stessi con le particelle dei due differenti bagni termici. Troncando cioè i profili di densità abbiamo tolto parte della materia che dava stabilità alla struttura, inducendo così una perturbazione dell'equilibrio prima raggiunto. Le particelle si devono quindi nuovamente rilassare fino al raggiungimento della configurazione di minima energia. Data comunque la lieve entità della perturbazione la condizione di equilibrio, entro la precisione numerica ottenibile, è raggiunta molto rapidamente.

Bisogna inoltre notare che le fluttuazioni attorno alla condizione di equilibrio per $t \leq 3t_{dyn}$ sono leggermente più ampie nel caso di pressione esterna minore. Ciò è dovuto al fatto che gli aloni in questo caso sono in espansione: dato che la pressione del bagno termico è minore della P_{ext} , la distribuzione di gas si espanderà fino al raggiungimento dell'equilibrio di pressione con il mezzo. Tale espansione non influisce significativamente sullo stato dell'ICM per $r < R_{200}$ e $t < 5 t_{dyn}$.

Nella figura 3.16 si può infine notare come lo stimatore S_{HE} fluttui effettivamente in maniera più significativa di S_F .

Concludendo, possiamo affermare che, sebbene il processo di troncamento modifichi leggermente la condizione dinamica dell'ICM, le violazioni di equilibrio entro R_{200} vengono cancellate prima che i due aloni comincino ad interagire. Chiaramente, per $r > R_{200}$, dunque al di fuori del nostro raggio di interesse, l'espansione del gas sarà significativa ed i suoi effetti non saranno trascurabili.

Nel prossimo capitolo studieremo l'evoluzione delle condizioni iniziali così fissate.

Capitolo 4

Collisioni tra aloni isolati: risultati

Nel capitolo precedente abbiamo definito le condizioni iniziali per le nostre collisioni. Prima di tutto abbiamo generato le condizioni iniziali per gli aloni isolati campionando i profili di densità della materia oscura e del gas, ottenuti come soluzioni di equilibrio, fino a raggi molto estesi ($r \sim 10R_{200}$), in modo da dare stabilità alle strutture. Abbiamo quindi verificato che gli aloni isolati generati fossero effettivamente in equilibrio: tramite gli stimatori di equilibrio idrostatico introdotti (S_{HE} , S_{Hyd} e S_F) abbiamo monitorato lo stato dinamico dell'ICM di ciascun alone entro il raggio di interesse (R_{200}) nell'arco di $10 t_{dyn}$. Tramite l'analisi di queste simulazioni ci è stato possibile definire l'accuratezza numerica con la quale l'equilibrio idrostatico può essere raggiunto (e dunque, a seguito delle collisioni, recuperato) e contemporaneamente definire dei criteri per la selezione di aloni isolati, che risultino effettivamente in condizione di equilibrio idrostatico, da utilizzare come condizione iniziale delle nostre collisioni. Abbiamo poi definito la cinematica delle collisioni scegliendo per i nostri aloni secondari orbite quasi paraboliche caratterizzate da una distanza iniziale tra i due sistemi pari alla somma dei raggi massimi delle distribuzioni di gas, ed una distanza al pericentro pari a $100 kpc/h$. Per ridurre i tempi di calcolo abbiamo troncato i profili di densità della materia oscura e del gas ricampionandoli secondo la distribuzione data dall'equazione 3.16. Per confinare gli aloni così ottenuti abbiamo immerso i sistemi in un bagno termico caratterizzato da $P_b = P_{IGM}$. Abbiamo infine verificato la stabilità delle condizioni iniziali tramite monitoraggio dell'evoluzione per $10 t_{dyn}$ dell'alone primario a bassa risoluzione immerso in due differenti bagni termici.

In questo capitolo analizzeremo l'evoluzione delle collisioni tra aloni ad alta risoluzione: considereremo per un'analisi dettagliata la collisione caratterizzata dal rapporto di massa 1 : 6, in quanto caso intermedio tra i rapporti di massa considerati e rapporto di massa effettivamente osservato nelle collisioni cosmologiche tra aloni di materia oscura. Evidenziate le caratteristiche principali del processo di collisione, ci concentreremo sul processo di rilassamento del gas entro R_{200} analizzandolo in tutte le collisioni simulate. Daremo quindi vincoli quantitativi sui tempi necessari al recupero della condizione di equilibrio entro i limiti numerici sopra definiti. Vedremo infine le differenze indotte nell'evoluzione del processo a seguito della variazione della pressione del bagno termico anticipata nella sezione 3.2.4.

Per analizzare in dettaglio l'evoluzione delle collisioni utilizzeremo oltre ai profili

radiali degli stimatori di equilibrio idrostatico entro R_{200} introdotti precedentemente, anche delle mappe bidimensionali delle proiezioni sui piani xy , xz e yz delle seguenti grandezze:

- logaritmo della densità;
- temperatura;
- stimatore dell'entropia, definito come $T/\rho^{2/3}$;
- stimatore di equilibrio idrostatico S_F ;

Tali mappe saranno realizzate entro una “box” quadrata di lato pari a $2 \cdot 10^4$ *kpc*. L'origine del sistema di riferimento (sia in coordinate polari che in coordinate cartesiane) sarà sempre posta nel minimo del potenziale gravitazionale delle strutture, ossia nel “centro” dell'alone primario. Si noti che proprio grazie alla forma del nuovo stimatore di equilibrio idrostatico S_F introdotto in questo lavoro, è possibile realizzare mappe bidimensionali delle violazioni dell'equilibrio idrostatico durante il processo di collisione.

4.1 Collisione con rapporto di massa 1 : 6

Le collisioni tra aloni isolati che abbiamo simulato presentano alcune caratteristiche generali, che risultano essere indipendenti dai rapporti di massa delle strutture coinvolte. Possiamo cioè identificare una storia evolutiva comune per le differenti collisioni simulate.

In questa sezione analizzeremo le fasi salienti della collisione tra aloni isolati in rapporto di massa 1 : 6 come esempio della storia evolutiva delle simulazioni effettuate.

4.1.1 Evoluzione a $1 t_{dyn}$

La figura 4.1 mostra la mappa della proiezione del logaritmo della densità del gas rispettivamente sul piano xz (in alto) e sul piano yz (in basso). Come possiamo notare, al di fuori degli aloni la densità del gas risulta nulla, dall'analisi sono state infatti escluse le particelle del bagno termico, la cui unica utilità risiede nel confinamento delle strutture. Il piano yz (raffigurato nel pannello in basso) è il piano in cui avviene la collisione: le due strutture sono quindi sovrapposte solo in proiezione, non tridimensionalmente. Dalla proiezione sul piano xz (pannello in alto), che sarà quindi un piano ortogonale al piano della collisione, possiamo infatti vedere che le due distribuzioni di gas sono appena in contatto.

La figura 4.2 mostra la mappa della proiezione della temperatura del gas rispettivamente sul piano xz (in alto) e sul piano yz (in basso). La temperatura dell'alone primario (temperatura centrale $T_0 \sim 10^8$ *K*) risulta essere significativamente più alta di quella dell'alone secondario ($T_0 \sim 10^7$ *K*).

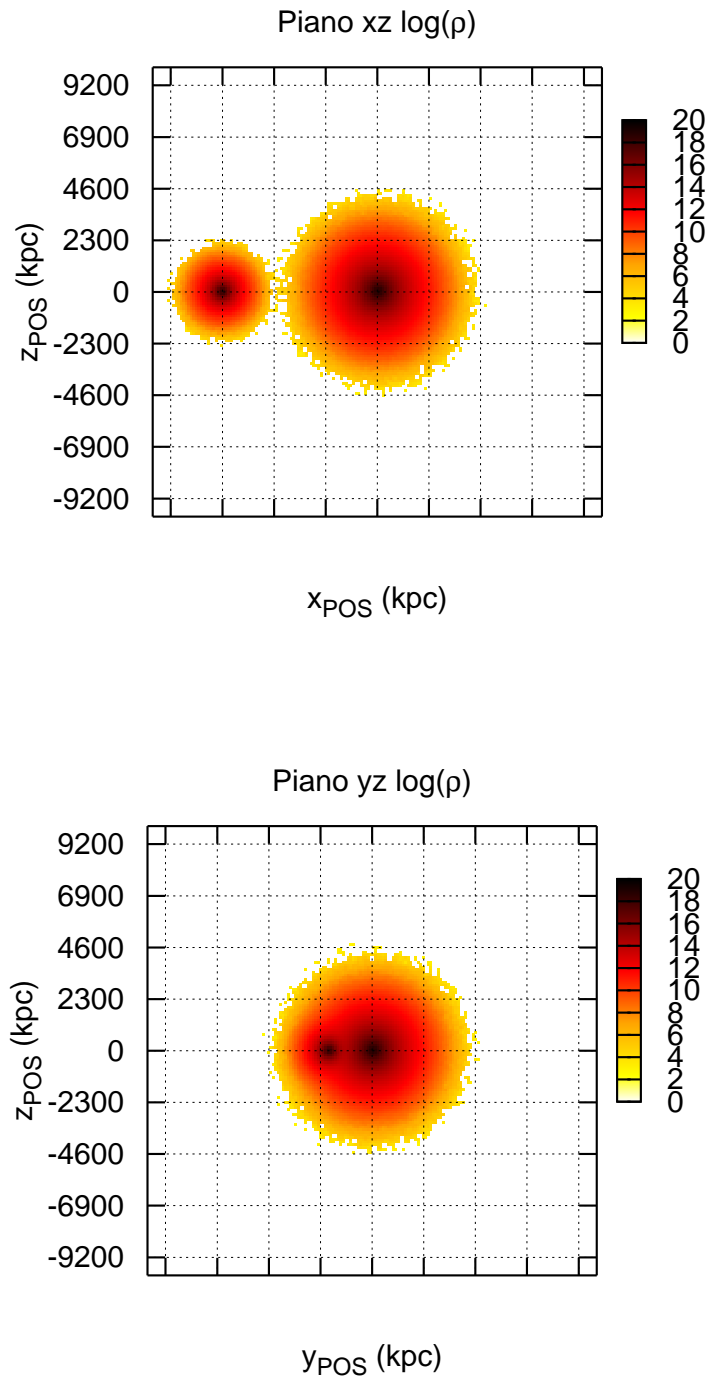


Figura 4.1: Rapporto di massa 1 : 6, $t = 1 t_{dyn}$. Mappa della proiezione del logaritmo della densità del gas rispettivamente sul piano xz (pannello in alto) e yz (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

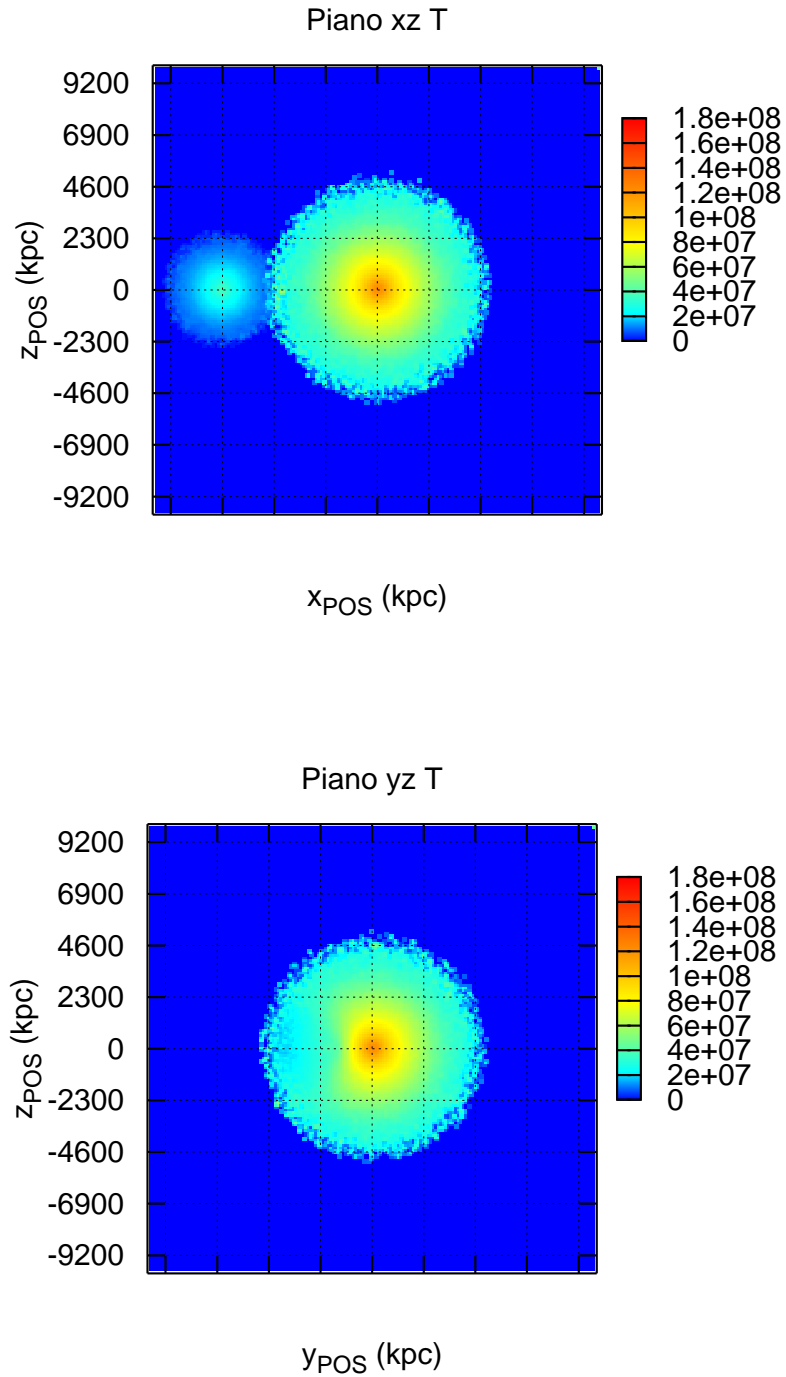


Figura 4.2: Rapporto di massa 1 : 6, $t = 1 t_{dyn}$. Mappa della proiezione della temperatura del gas rispettivamente sul piano xz (pannello in alto) e yz (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

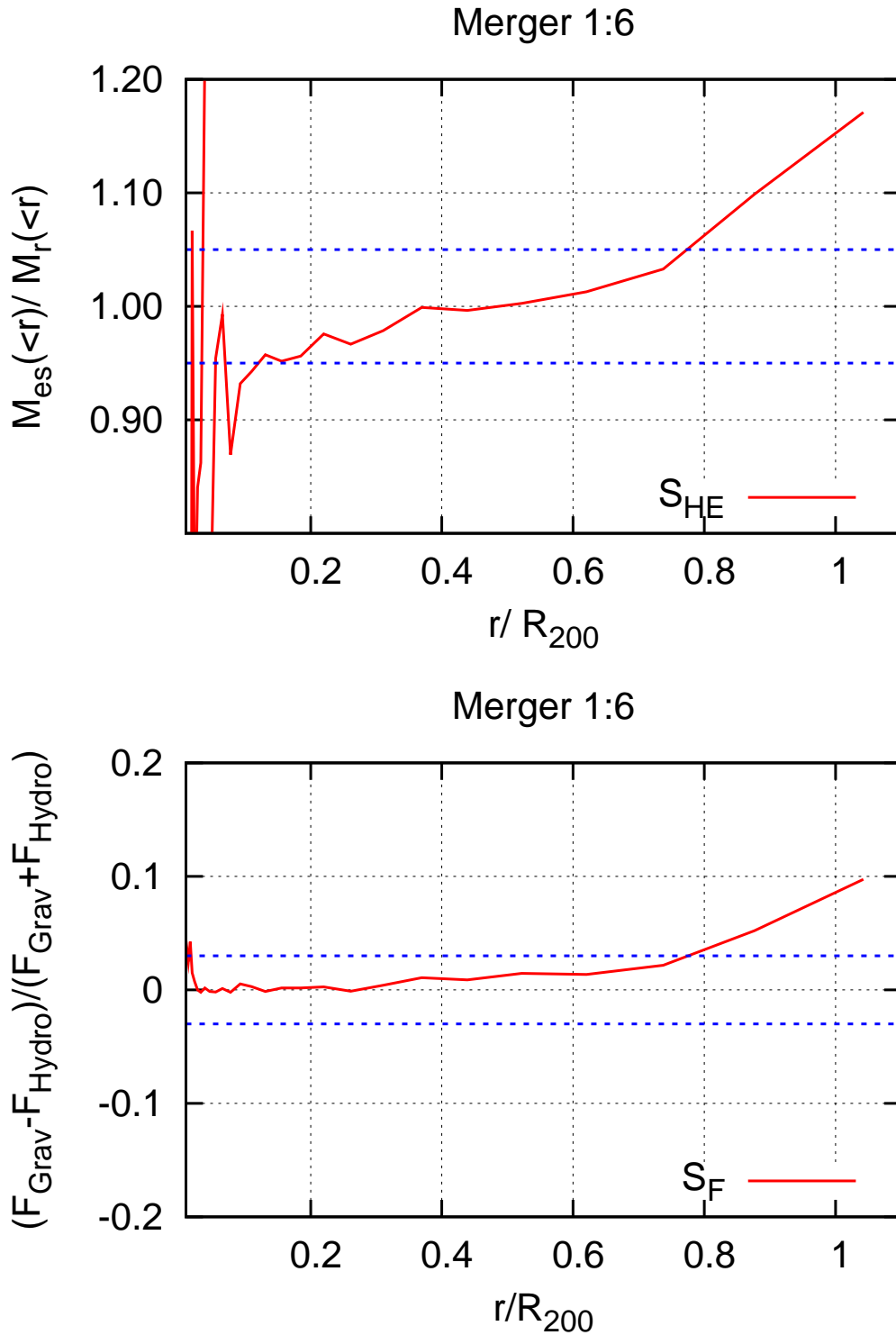


Figura 4.3: Rapporto di massa 1 : 6, $1 t_{dyn}$. Stimatori di equilibrio idrostatico S_{HE} (pannello in alto) e S_F (pannello in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

La figura 4.3 mostra infine lo stato dinamico dell'ICM entro R_{200} : nel pannello in alto abbiamo il profilo dello stimatore di equilibrio idrostatico S_{HE} , mentre in basso è raffigurato il profilo dello stimatore S_F . Entrambi i profili sono stimati in funzione di r/R_{200} . Come previsto (vedi sezione 3.2.5) per $r/R_{200} > 0.6$ è presente una perturbazione (causata dal troncamento delle distribuzioni di densità) che risulta essere più significativa rispetto a quella riscontrata nel test di stabilità effettuato per gli aloni isolati a bassa risoluzione. Notiamo inoltre, come già rimarcato più volte, che lo stimatore S_F risulta essere più stabile di S_{HE} in quanto meno sensibile alle variazioni del campo di densità del gas: l'entità della fluttuazione per S_F risulta essere pari a circa la metà di quella riscontrata per S_{HE} . Nonostante la differente entità della violazione di equilibrio rispetto ai test effettuati, la perturbazione, come vedremo tra breve, sarà comunque cancellata entro i $3 t_{dyn}$ di evoluzione.

4.1.2 Evoluzione a $3 t_{dyn}$

La figura 4.4 mostra la mappa della proiezione dello stimatore S_F rispettivamente sul piano xz (in alto) e sul piano yz (in basso). L'alone secondario comincia a penetrare all'interno dell'alone primario. Come possiamo vedere il gas all'interno degli aloni risulta ben in equilibrio. Si possono evidenziare due differenti zone di violazione dell'equilibrio:

- la regione di contatto tra i due aloni: lo stimatore risulta maggiore di zero (colori tendenti al rosso); la forza gravitazionale domina nell'interazione tra le particelle che sono coinvolte direttamente nel processo di collisione;
- il guscio più esterno dell'alone secondario: le regioni più esterne dell'alone secondario sono caratterizzate da valori di S_F negativi (colori tendenti al verde scuro); in questo caso è la forza idrodinamica a dominare: le particelle presenti in queste zone sono quelle che tendono ad espandere poichè sono sottoposte ad un gradiente di pressione non nullo verso l'esterno; ciò è chiaramente dovuto al fatto che la pressione del bagno termico è minore della pressione esterna delle nostre strutture (vedi sezione 3.2.4);

Ci aspettiamo che per tempi dinamici successivi l'espansione diventi significativa anche per le zone esterne dell'alone primario. Tale espansione si bloccherà quando il gas dell'alone raggiungerà l'equilibrio di pressione con le particelle del bagno termico.

La figura 4.5 mostra lo stato dinamico dell'ICM entro R_{200} : nel pannello in alto abbiamo il profilo dello stimatore di equilibrio idrostatico S_{HE} , mentre in basso è raffigurato il profilo dello stimatore S_F . Entrambi i profili sono stimati in funzione di r/R_{200} . Come preannunciato, a differenza di quanto avviene nelle parti esterne, la perturbazione creatasi per il troncamento dei profili di densità è stata completamente cancellata. All'interno della zona di interesse il mezzo risulta in equilibrio idrostatico entro i limiti numerici definiti.

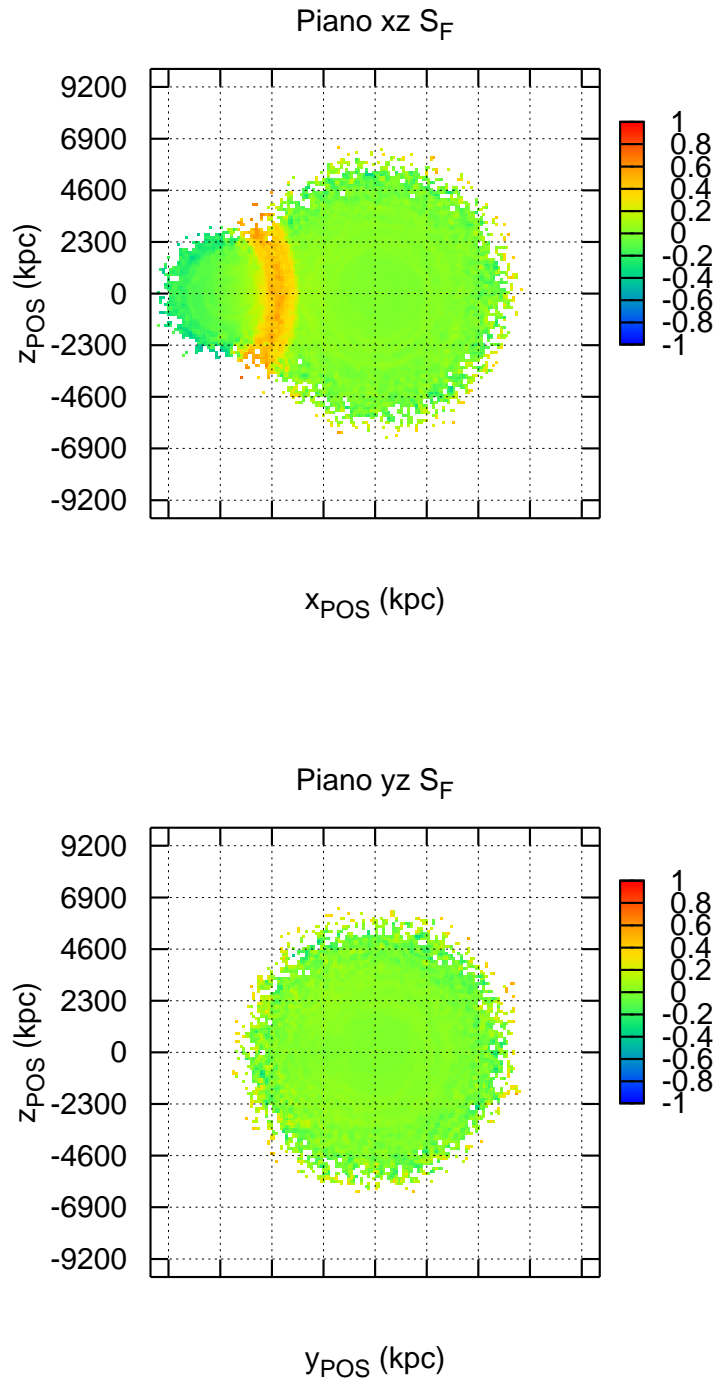


Figura 4.4: Rapporto di massa 1 : 6, $3 t_{dyn}$. Mappa della proiezione dello stimatore S_F rispettivamente sul piano xz (pannello in alto) e yz (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

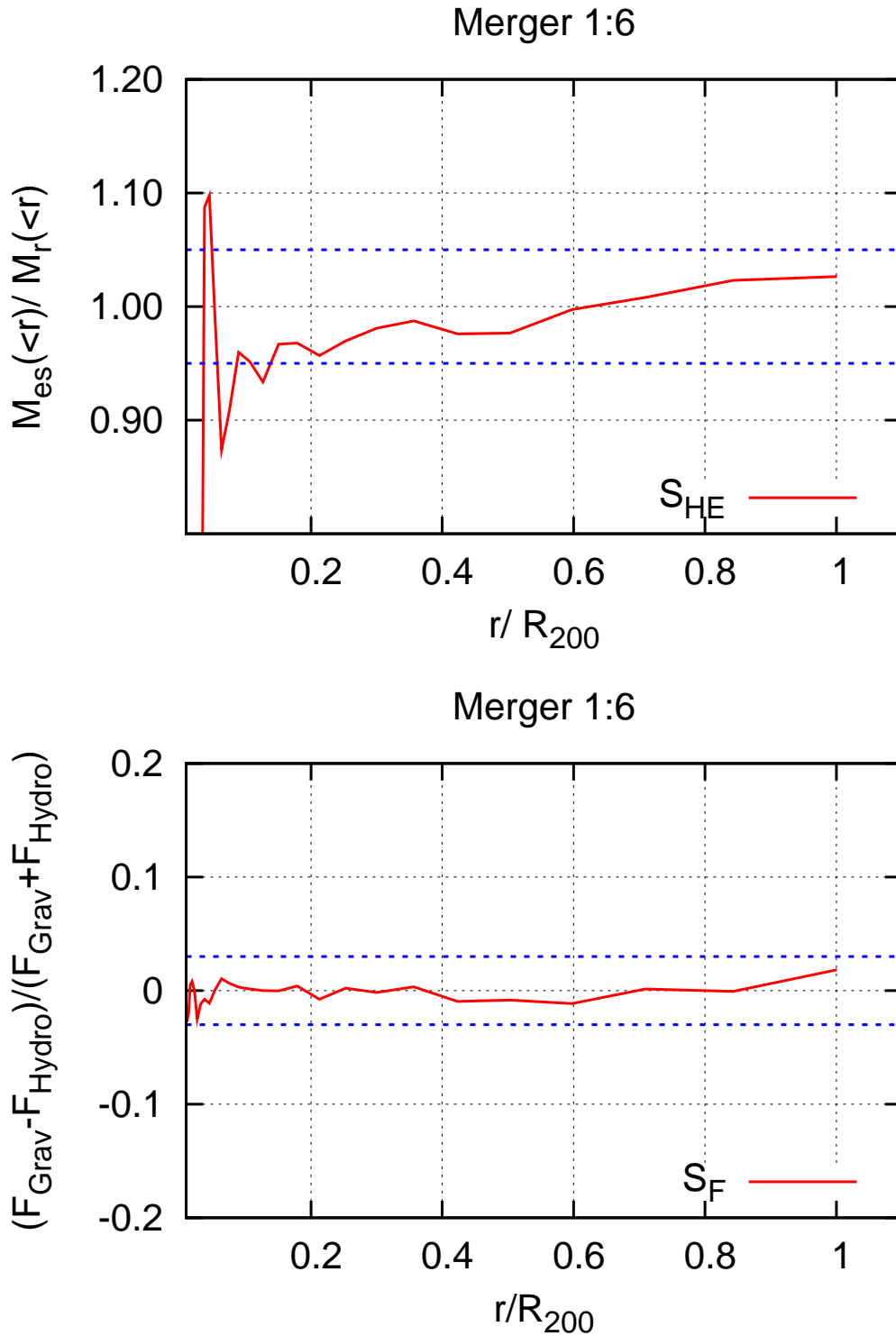


Figura 4.5: Rapporto di massa 1 : 6, $3 t_{dyn}$. Stimatori di equilibrio idrostatico S_{HE} (pannello in alto) e S_F (pannello in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

4.1.3 Evoluzione a $6 t_{dyn}$

La figura 4.6 mostra rispettivamente la mappa della proiezione della temperatura sul piano xz (in alto) e la mappa della proiezione dello stimatore di entropia sul piano xz (in basso). L'alone secondario continua ad avanzare all'interno dell'alone primario. Il gas compresso dal passaggio dell'alone secondario genera un'onda di shock che si viaggia verso $r = R_{200}$. Si noti come tale onda d'urto sia ben visibile sia in temperatura (pannello in alto) che in entropia (pannello in basso). Le particelle dell'onda d'urto sono ancora relativamente fredde ($T \sim 3 \cdot 10^7$ e $\log(T/\rho^{2/3}) \sim 14$).

La figura 4.7 mostra la mappa della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz . All'interno di R_{200} il gas permane nello stato di equilibrio idrostatico. Come prima, al di fuori di R_{200} (raggio al quale abbiamo fatto iniziare il troncamento dei profili di densità), le particelle presentano un valore dello stimatore negativo (colori tendenti al verde scuro). È ben visibile anche in questo caso l'onda d'urto generata dall'avanzare della penetrazione dell'alone secondario all'interno del primario: si noti la buona coincidenza delle posizioni dello shock nelle mappe delle tre differenti grandezze.

4.1.4 Evoluzione a $9 t_{dyn}$

La figura 4.8 mostra rispettivamente la mappa della proiezione della temperatura sul piano xz (in alto) e la mappa della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz (in basso). Il nucleo residuo dell'alone secondario penetra all'interno delle regioni centrali dell'alone primario. Le zone centrali raggiungono temperature dell'ordine di $1.5 \cdot 10^8 K$, mentre lo stimatore S_F indica per le stesse zone la chiara predominanza delle forze gravitazionali. Si noti l'onda d'urto che si propaga nel gas a seguito del passaggio dell'alone secondario, caratterizzata da temperature e valori di S_F più alti del mezzo circostante.

Chiaramente anche i profili radiali degli stimatori di equilibrio idrostatico evidenzieranno la presenza dell'alone secondario e dello shock dovuto al suo passaggio. La figura 4.9 mostra lo stato dinamico dell'ICM entro R_{200} : nel pannello in alto abbiamo il profilo dello stimatore di equilibrio idrostatico S_{HE} (curva rossa) e dello stimatore di equilibrio idrodinamico S_{Hyd} (curva verde), mentre in basso è raffigurato il profilo dello stimatore S_F . L'equilibrio idrostatico risulta chiaramente violato: i tre stimatori presentano picchi che indicano oltre il 50% di disequilibrio. Tali picchi sono centrati su $0.4 < r/R_{200} < 0.5$ per tutti e tre gli stimatori: i massimi coincidono infatti con la posizione dell'alone secondario (vedi coincidenza della posizione con la mappa in temperatura della figura 4.8, pannello in alto). Bisogna inoltre notare che in questo caso lo stimatore di equilibrio idrodinamico S_{Hyd} non coincide più con lo stimatore di equilibrio idrostatico S_{HE} : le violazioni di equilibrio sembrano infatti amplificate se stimate con S_{Hyd} . Ciò accade perchè lo stimatore idrodinamico è calcolato a partire dalla massa stimata ottenuta tramite l'equazione 1.12. M_{es} in tal caso dipende significativamente dalla dispersione del campo di velocità delle particelle di gas (tramite σ_r^2 e tramite il parametro di anisotropia delle orbite β). La dispersione delle velocità

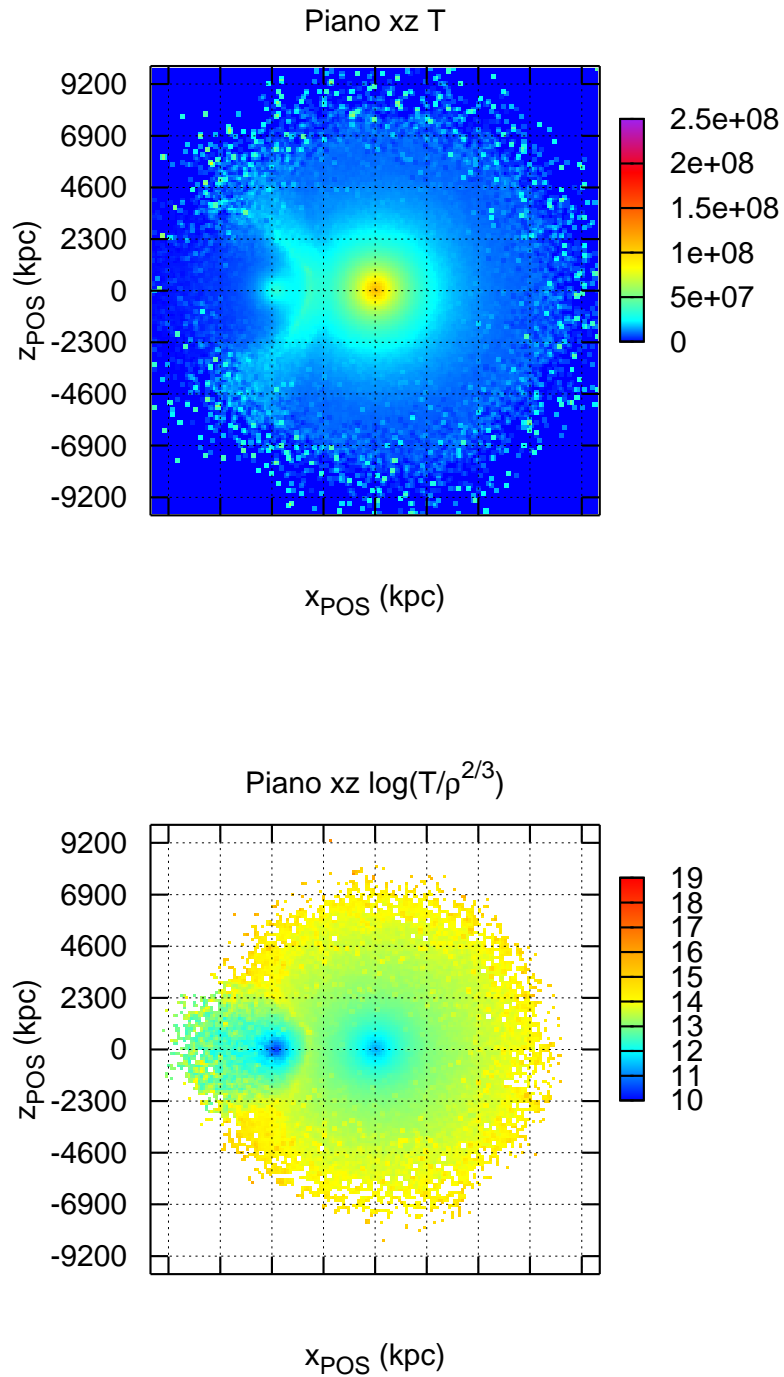


Figura 4.6: Rapporto di massa 1 : 6, $6 t_{dyn}$. Mappa della proiezione sul piano xz rispettivamente della temperatura (pannello in alto) e del logaritmo dell’“entropia” (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell’alone primario.

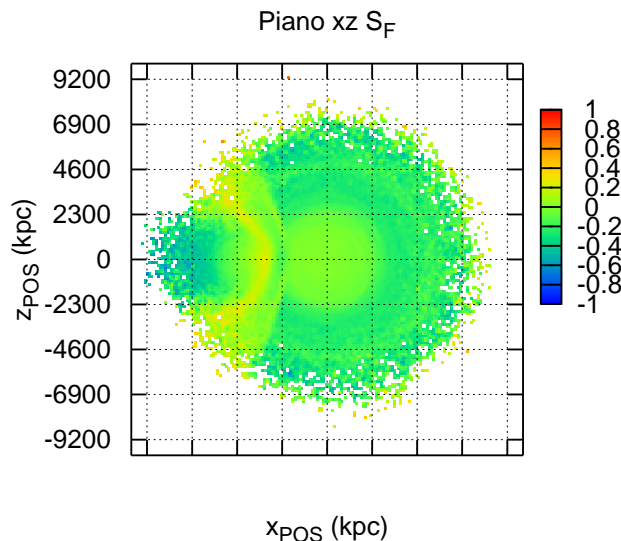


Figura 4.7: Rapporto di massa 1 : 6, $6 t_{dyn}$. Mappa della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz . Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

delle particelle di gas dell'alone secondario viene in questo caso erroneamente identificata come supporto di pressione non termico per l'alone primario. Le violazioni di equilibrio saranno dunque in questo caso amplificate dallo stimatore S_{Hyd} e non corrette, come accade invece nel caso di moti residui delle particelle di gas in aloni non in fase di collisione (Rasia et al., 2004). Lo stimatore di equilibrio basato sul metodo idrodinamico non può dunque essere utilizzato nel caso di collisioni tra ammassi di galassie, in quanto non corregge ma amplifica le violazioni di equilibrio idrostatico.

4.1.5 Evoluzione a 12 – 13 – 14 – 15 t_{dyn}

Le figure 4.10 e 4.11 mostrano le mappe della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz rispettivamente per $t = 12 t_{dyn}$ (figura 4.10, pannello in alto), $t = 13 t_{dyn}$ (figura 4.10, pannello in basso), $t = 14 t_{dyn}$ (figura 4.11, pannello in alto), $t = 15 t_{dyn}$ (figura 4.11, pannello in basso). Monitoriamo in questo modo l'onda d'urto che si sviluppa a seguito del collasso completo del nucleo residuo dell'alone secondario (che nel corso della collisione ha perso materia) sul nucleo dell'alone primario. L'onda d'urto generata, si espande dall'interno dell'alone e provoca l'espansione della stessa distribuzione di gas. La regione interna è caratterizzata infatti da una predominanza significativa della forza idrodinamica: la pressione generata dall'onda d'urto spinge gli strati più esterni dell'alone, caratterizzati invece da una dominanza della forza gravitazionale (vedi in particolare figura 4.11).

Le figure 4.12 e 4.13 mostrano l'evoluzione dello stesso shock in temperatura:

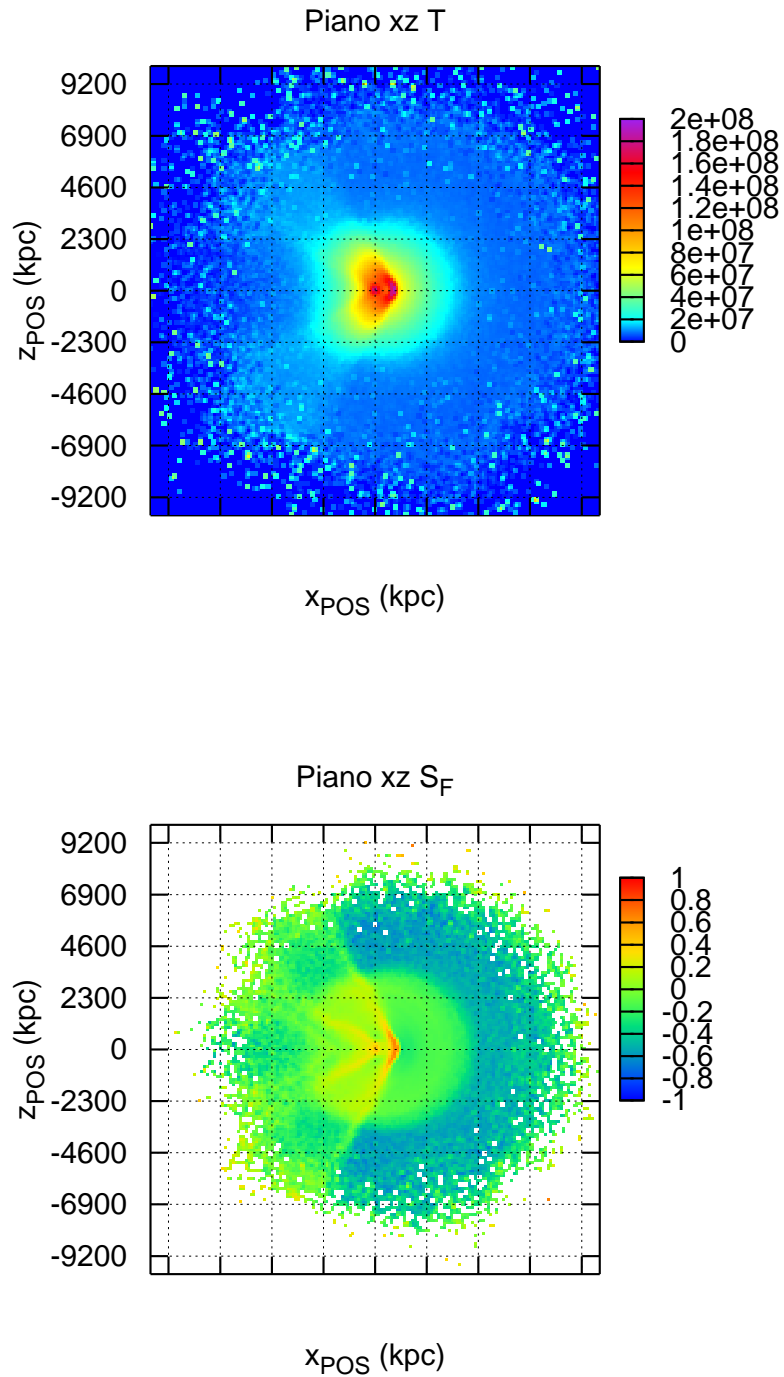


Figura 4.8: Rapporto di massa 1 : 6, $9 t_{dyn}$. Mappa della proiezione sul piano xz rispettivamente della temperatura (pannello in alto) e dello stimatore S_F (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

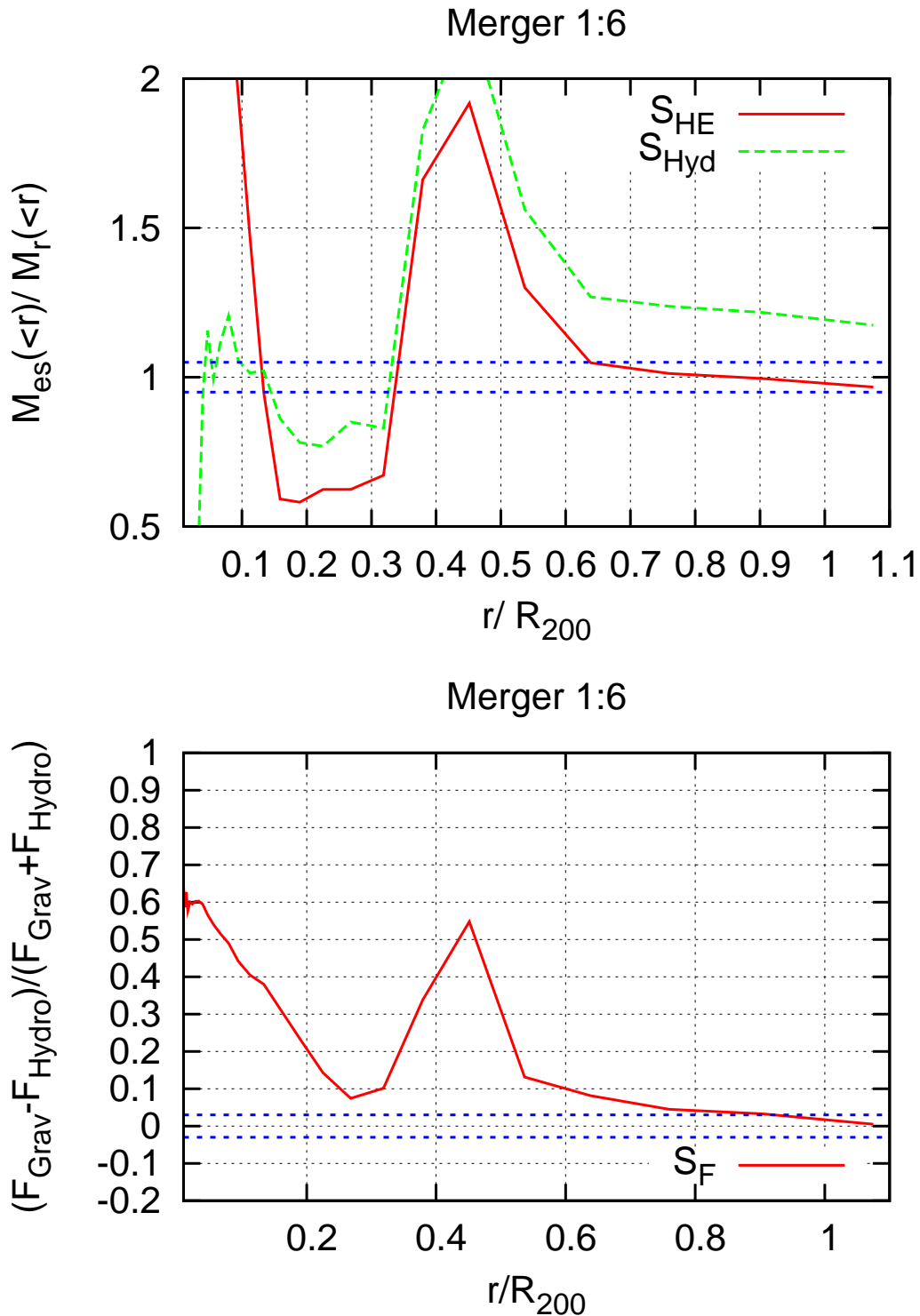


Figura 4.9: Rapporto di massa 1 : 6, $9 t_{dyn}$. Stimatori di equilibrio idrostatico entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Pannello in alto: S_{HE} (curva rossa) e S_{Hyd} (curva verde). Pannello in basso: S_F . Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

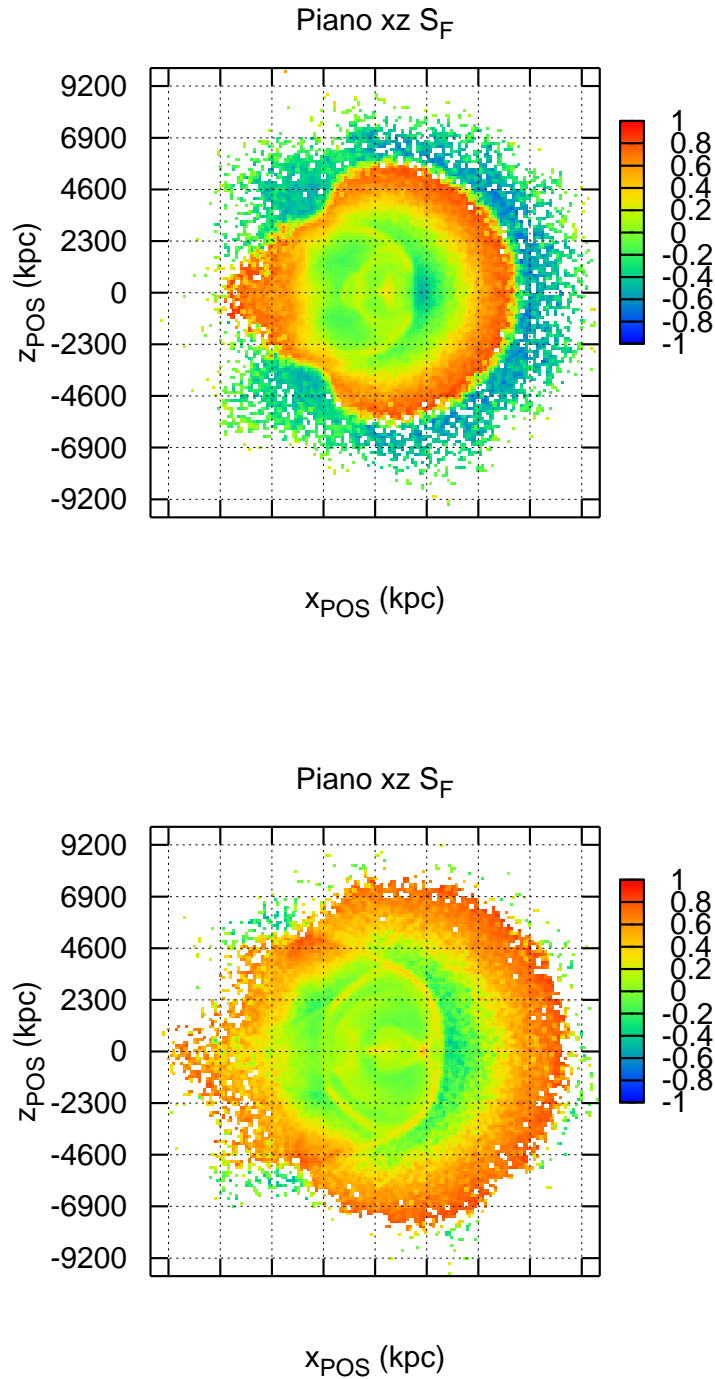


Figura 4.10: Rapporto di massa 1 : 6. Mappa della proiezione sul piano xz dello stimatore S_F rispettivamente per $t = 12 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 13 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

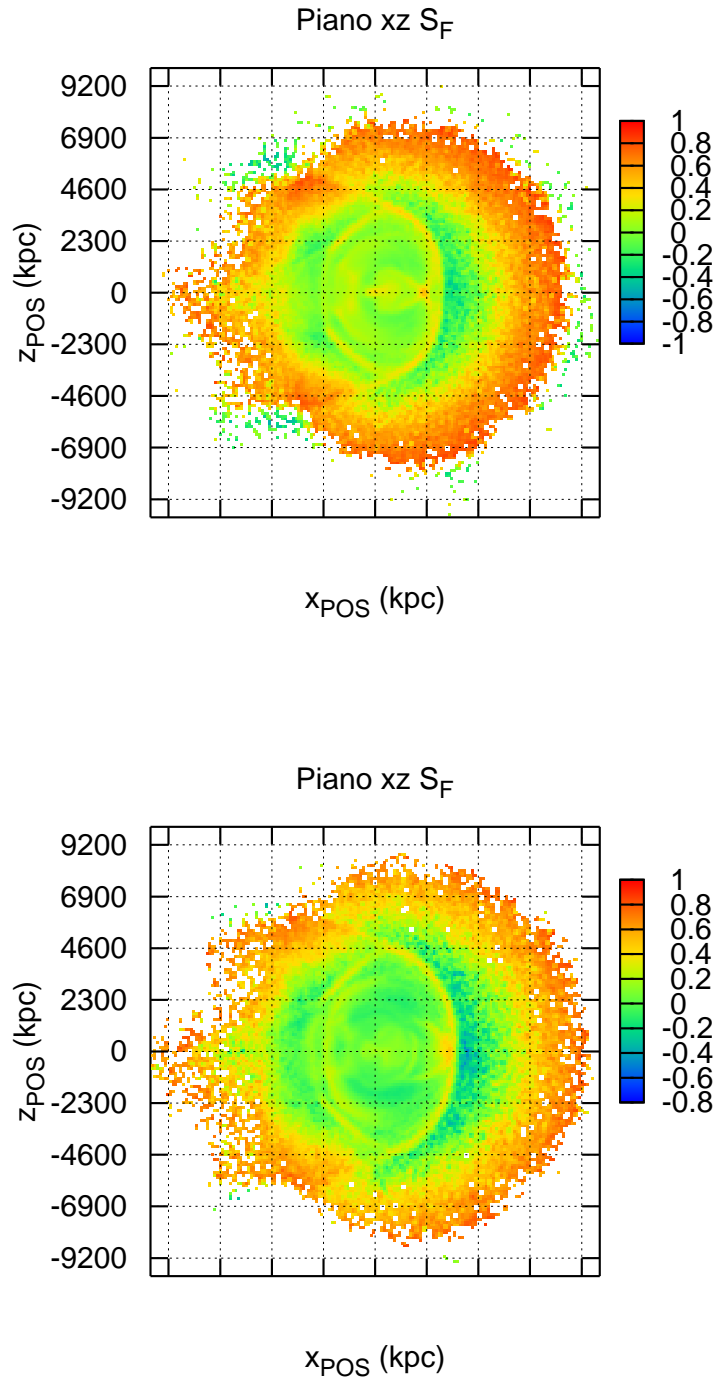


Figura 4.11: Rapporto di massa 1 : 6. Mappa della proiezione sul piano xz dello stimatore S_F rispettivamente per $t = 14 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 15 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

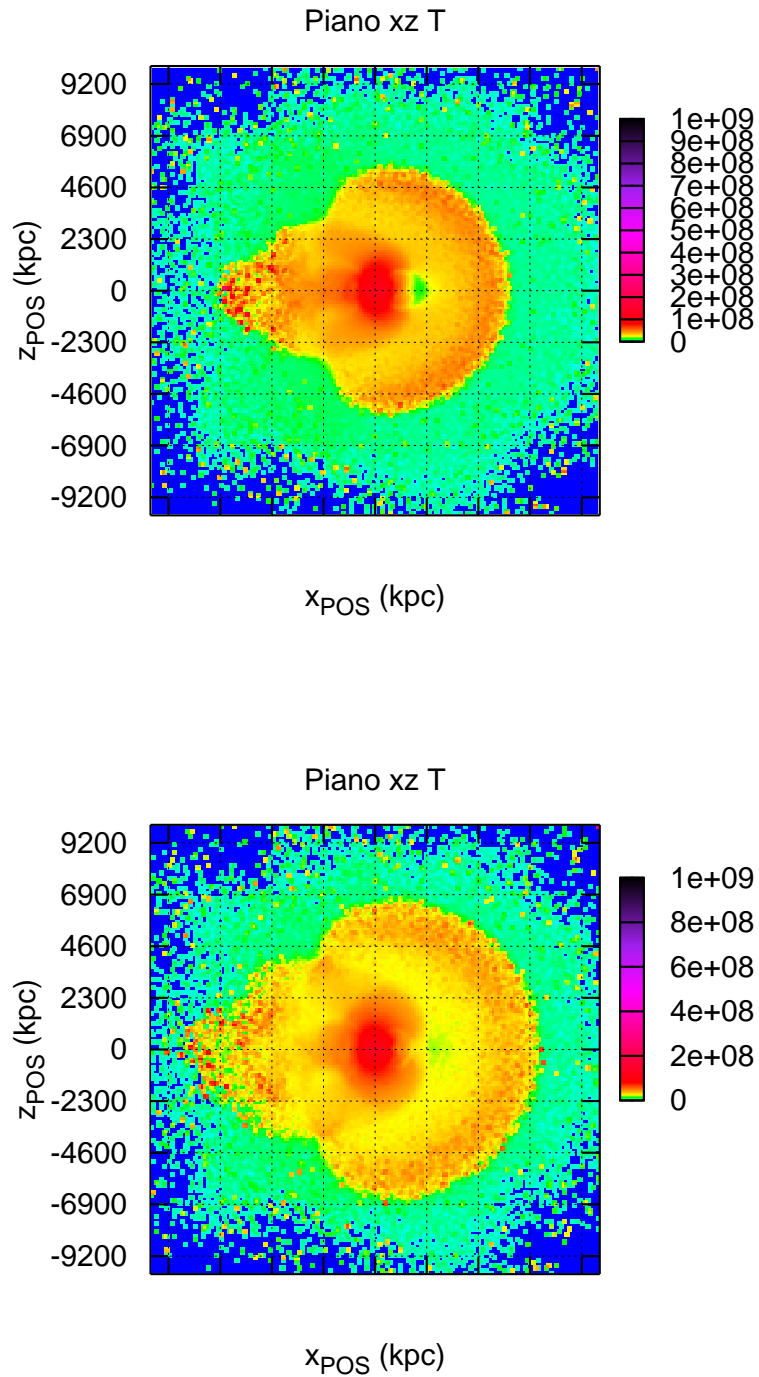


Figura 4.12: Rapporto di massa 1 : 6. Mappa della proiezione sul piano xz della temperatura rispettivamente per $t = 12 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 13 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

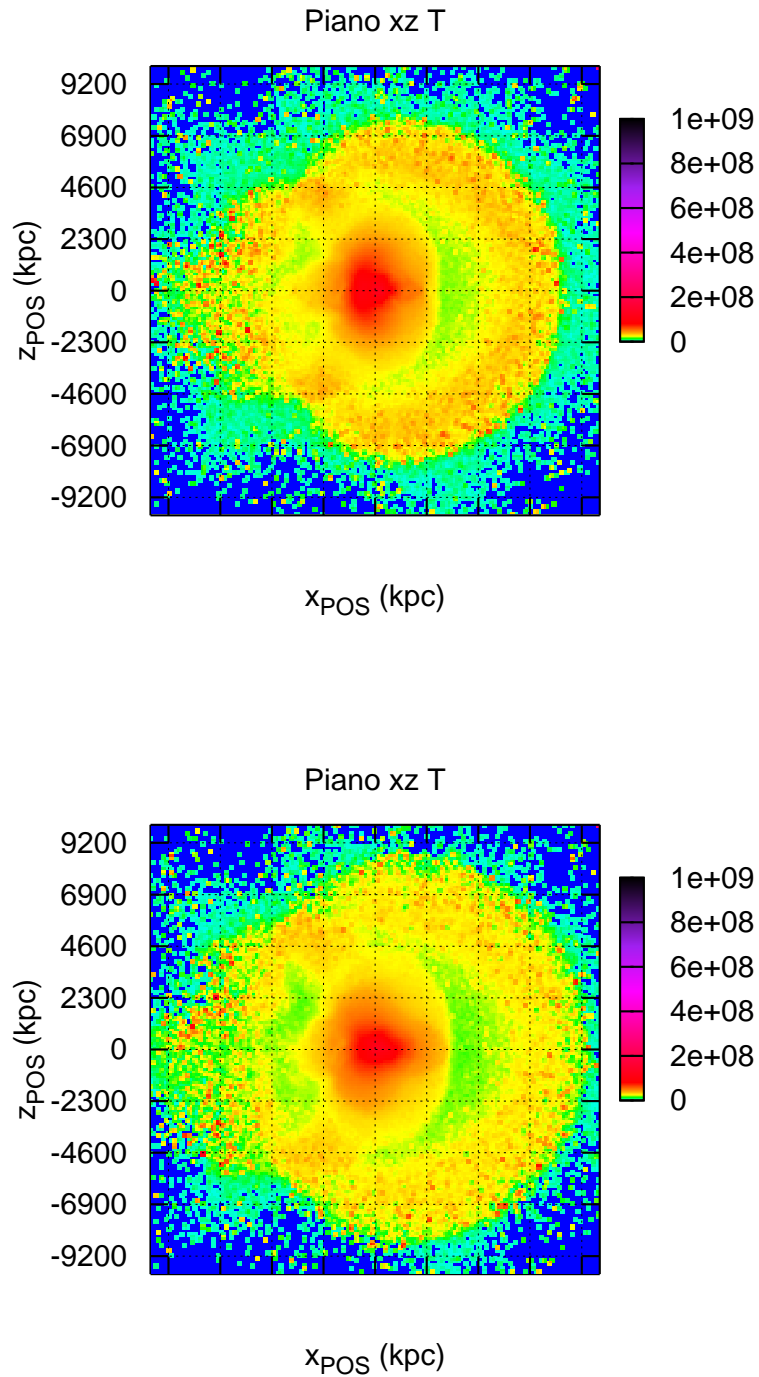


Figura 4.13: Rapporto di massa 1 : 6. Mappa della proiezione sul piano xz della temperatura rispettivamente per $t = 14 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 15 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

proiezione della temperatura sul piano xz per $t = 12 t_{dyn}$ (figura 4.12, pannello in alto), per $t = 13 t_{dyn}$ (figura 4.12, pannello in basso), per $t = 14 t_{dyn}$ (figura 4.13, pannello in alto) e per $t = 15 t_{dyn}$ (figura 4.13, pannello in basso). Si noti come l'onda energetica, che parte dalla regione centrale, dove si raggiungono temperature molto elevate a seguito della fusione dei nuclei delle strutture originarie, si diffonda velocemente nel mezzo cambiandone significativamente e definitivamente la distribuzione di temperatura.

4.1.6 Evoluzione a $18 t_{dyn}$

Dopo il passaggio dell'onda d'urto, la struttura lentamente tenderà a rilassarsi verso la configurazione di minima energia. Presentiamo di seguito le mappe della proiezione delle grandezze caratteristiche sul piano xz dopo $18 t_{dyn}$ di evoluzione:

- densità, figura 4.14, pannello in alto;
- temperatura, figura 4.14, pannello in basso;
- “entropia”, figura 4.15, pannello in alto;
- S_F , figura 4.15, pannello in basso;

Come si può notare, il gas è in fase di rilassamento, tuttavia è evidente ancora una certa violazione della simmetria sferica entro R_{200} , sottolineata dalla presenza di perturbazioni, ben visibili nella mappa in temperatura e nella mappa dello stimatore S_F .

La figura 4.16 mostra lo stato dinamico dell'ICM entro R_{200} : nel pannello in alto abbiamo il profilo dello stimatore di equilibrio idrostatico S_{HE} (curva rossa) e dello stimatore di equilibrio idrodinamico S_{Hyd} (curva verde), mentre in basso è raffigurato il profilo dello stimatore S_F . La condizione di equilibrio idrostatico si sta lentamente recuperando all'interno dell'ICM. Si noti che lo stimatore S_{HE} , più sensibile alle variazioni dei profili di densità e temperatura del gas, risulta già entro i limiti numerici (S_{HE} e S_{Hyd} sono $\leq 5\%$), mentre lo stimatore S_F evidenzia ancora un leggero disequilibrio per $r/R_{200} \sim 0.4$: le sue fluttuazioni sono ancora maggiori dell'accuratezza numerica, nonostante siano minori di quelle presentate da S_{HE} . Si noti infine come lentamente lo stimatore S_{Hyd} stia tornando a coincidere con lo stimatore idrostatico S_{HE} : i due differiscono leggermente (anche in questo caso la piccola perturbazione risulta enfatizzata da S_{Hyd}) per $r/R_{200} > 0.4$.

Nella prossima sezione analizzeremo in dettaglio la fase di rilassamento dell'ICM per tutte le collisioni simulate.

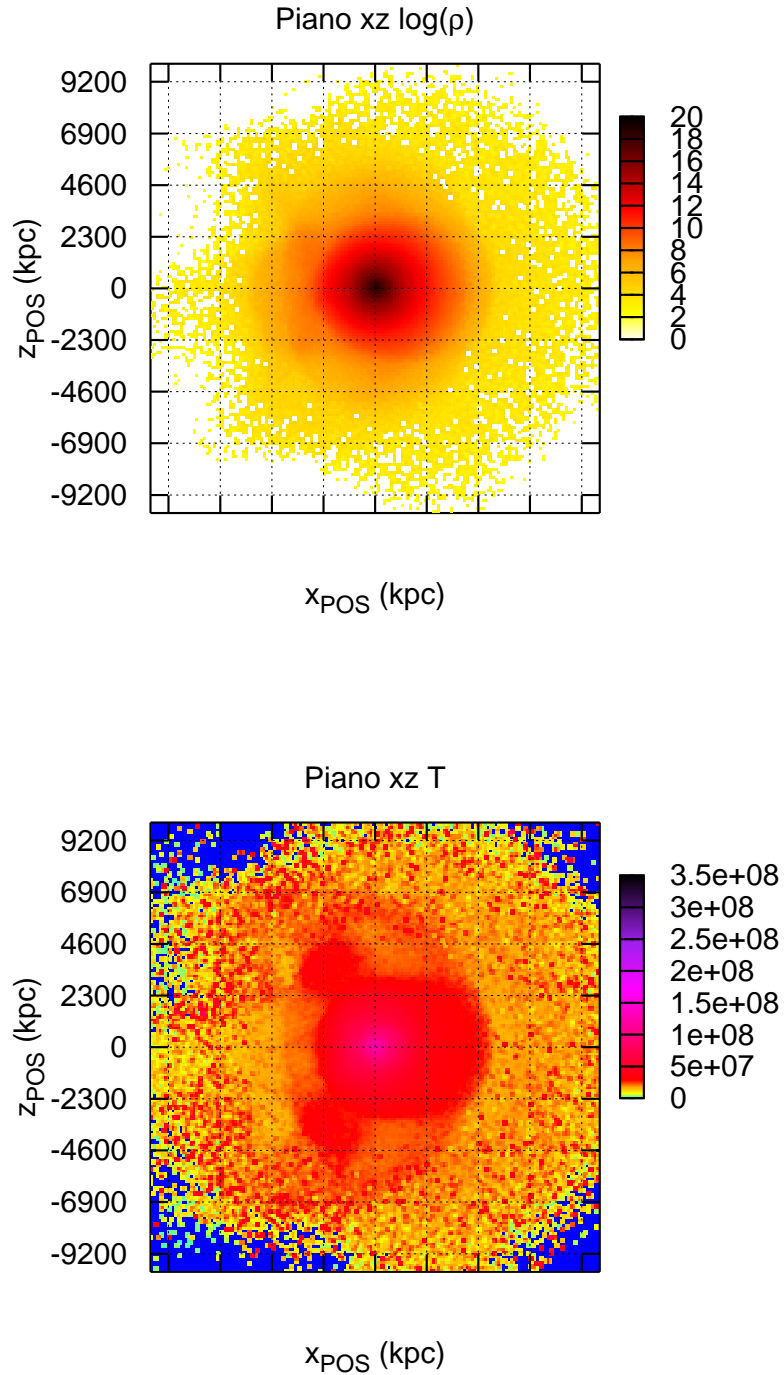


Figura 4.14: Rapporto di massa 1 : 6, $18 t_{dyn}$. Mappa della proiezione sul piano xz rispettivamente del logaritmo della densità del gas (pannello in alto) e della temperatura (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

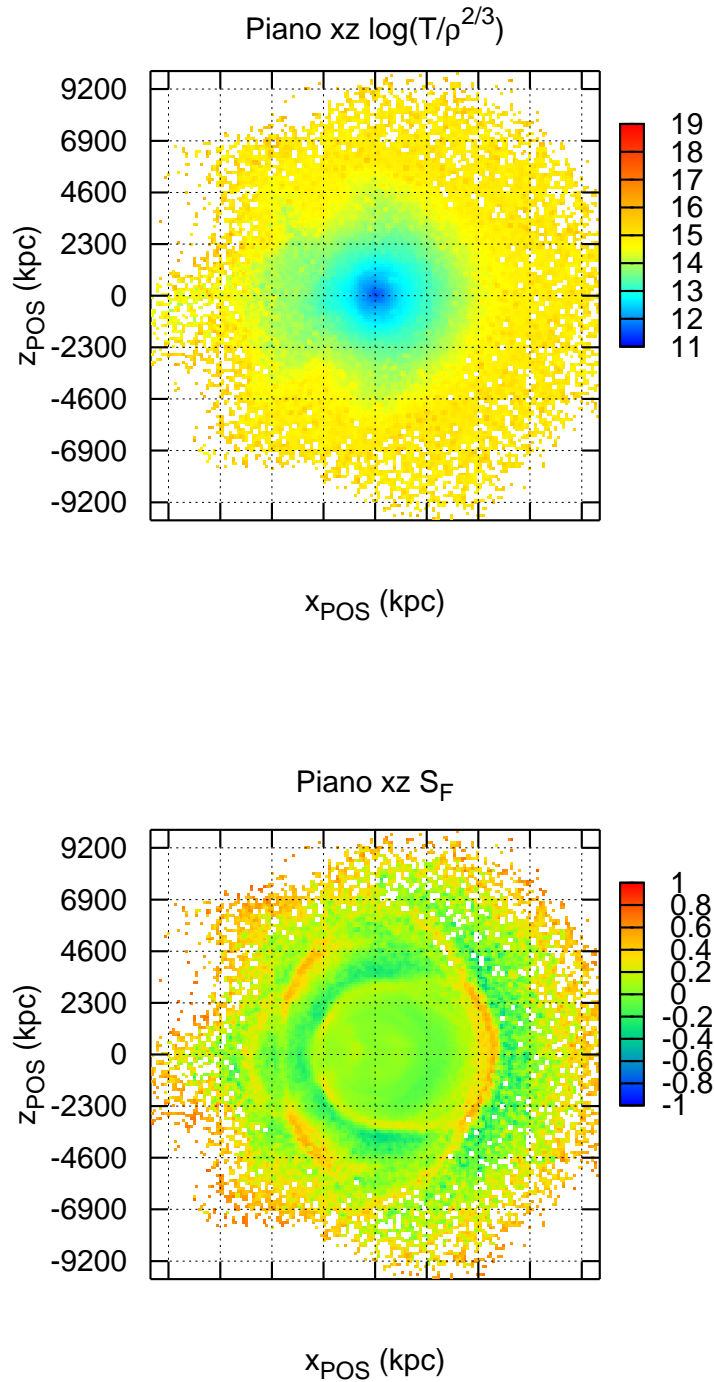


Figura 4.15: Rapporto di massa 1 : 6, $18 t_{dyn}$. Mappa della proiezione sul piano xz rispettivamente del logaritmo dell’“entropia” del gas (pannello in alto) e dello stimatore S_F (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell’alone primario.

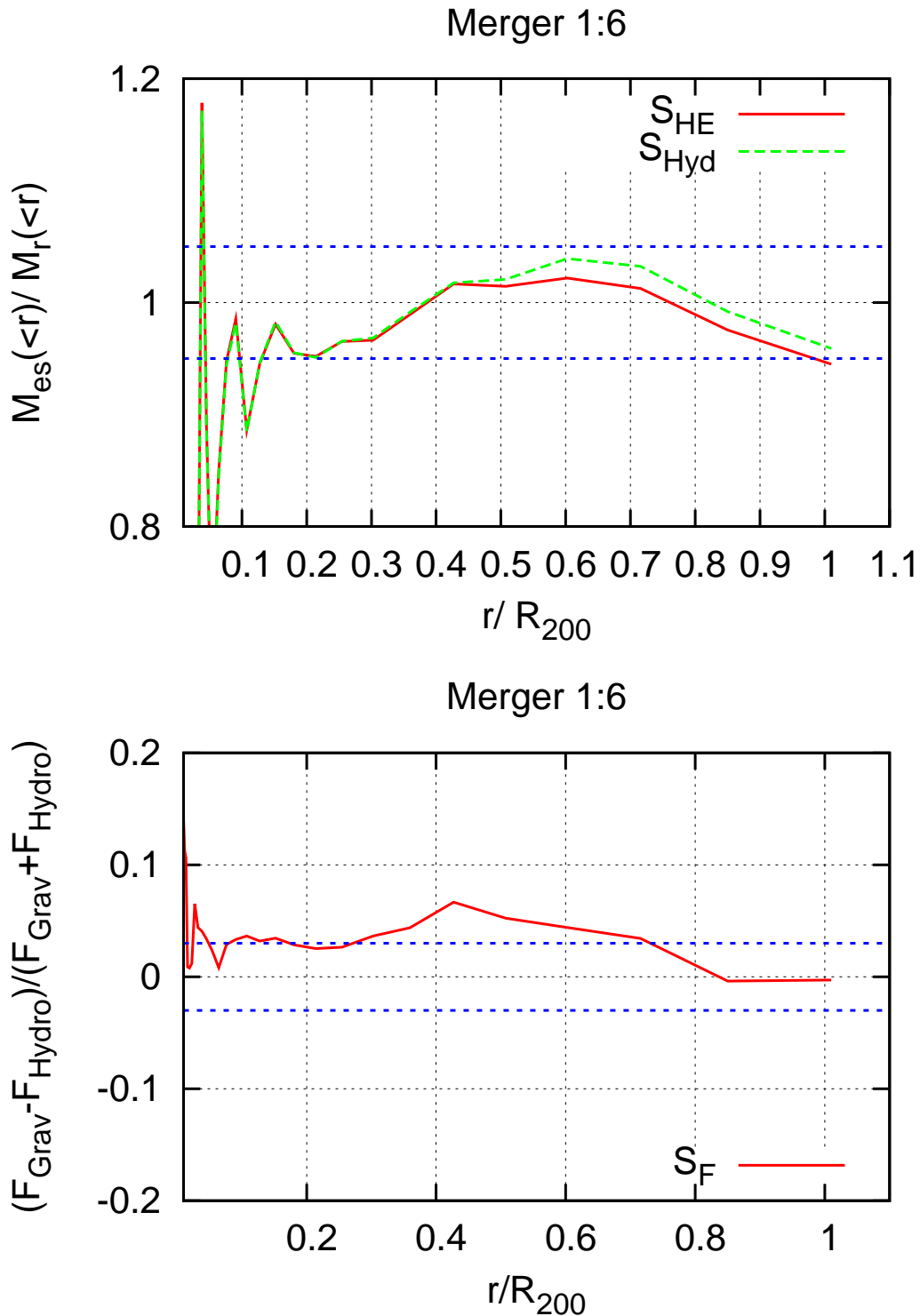


Figura 4.16: Rapporto di massa 1 : 6, $18 t_{dyn}$. Stimatori di equilibrio idrostatico entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Pannello in alto: S_{HE} (curva rossa) e S_{Hyd} (curva verde). Pannello in basso: S_F . Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

4.2 Rilassamento dell'ICM

Per l'analisi della fase di rilassamento utilizzeremo unicamente gli stimatori S_{HE} e S_F : abbiamo infatti visto nella precedente sezione che nel corso della collisione lo stimatore S_{Hyd} amplifica le perturbazioni nella fase di maggiore attività e tende a coincidere con S_{HE} nelle fasi di rilassamento.

Per visualizzare più comodamente l'evoluzione delle violazioni di equilibrio dell'ICM all'interno nella zona di interesse abbiamo graficato il profilo dello stimatore S_{HE} calcolato a raggio fissato, in particolare entro R_{200} ed entro R_{500} , in funzione del tempo di simulazione. Le figure 4.17 e 4.18 mostrano appunto l'evoluzione di $M_{es}(< R_{200})/M_r(< R_{200})$ (curva rossa) e $M_{es}(< R_{500})/M_r(< R_{500})$ (curva verde) in funzione del tempo in unità di t_{dyn} , per le collisioni tra aloni con rapporti di massa rispettivamente 1 : 2 (figura 4.17, pannello in alto), 1 : 3 (figura 4.17, pannello in basso), 1 : 6 (figura 4.18, pannello in alto) e 1 : 10 (figura 4.18, pannello in basso).

Le collisioni sono state fatte evolvere per un tempo sufficiente al raggiungimento della condizione di equilibrio idrostatico entro il raggio R_{200} : dunque la collisione caratterizzata dal rapporto di massa 1 : 10 è stata fatta evolvere per $20 t_{dyn}$ mentre le rimanenti sono state tutte fatte evolvere per $26 t_{dyn}$. Come si può notare le violazioni di equilibrio idrostatico entro R_{200} sono meno significative nel caso di massa dell'alone secondario minore: per il rapporto di massa 1 : 10 abbiamo violazioni massime dell'ordine del $\sim 16\%$ mentre nel caso di rapporto di massa 1 : 2 la violazione massima è di $\sim 60\%$. Inoltre le fluttuazioni entro R_{500} risultano in generale minori di quelle entro R_{200} , tranne nel caso del rapporto di massa 1 : 10, in cui per $t \simeq 8 t_{dyn} \simeq t_{pc}$ si evidenzia un massimo di $S_{HE}(R_{500})$ molto elevato. Le perturbazioni iniziali, dovute al processo di troncamento dell'alone primario, sono caratterizzate un'ampiezza pari a $S_{HE}(R_{200}) \sim 20\%$ e $S_{HE}(R_{500}) \sim 10\%$ in tutte e quattro le collisioni. Tuttavia lo stato di equilibrio viene sempre recuperato prima che gli effetti della collisione perturbino il gas entro R_{200} .

Per quanto riguarda nello specifico la fase di rilassamento dell'ICM, si nota che a partire da un certo tempo iniziale t_i , pari a $\sim 14 t_{dyn}$ per la collisione 1 : 10 e $\sim 18 t_{dyn}$ per le restanti, le fluttuazioni dello stimatore $S_{HE}(R_{200})$ diminuiscono in ampiezza e si stabilizzano entro $\sim 5\%$. L'equilibrio in tutte le collisioni risulta ristabilirsi entro R_{500} leggermente prima che entro R_{200} .

Per verificare che lo stato di equilibrio venga recuperato entro i limiti numerici ($S_{HE} \leq 5\%$, $S_F \leq 3\%$) e per definire quantitativamente un tempo di rilassamento, abbiamo dunque graficato per ciascun rapporto di massa gli stimatori radiali S_{HE} e S_F a partire da t_i fino al tempo massimo di simulazione. Definiremo il tempo di rilassamento t_{rel} come:

$$t_{rel} = t_f - t_{pc} \quad (4.1)$$

dove t_f è il tempo al quale l'equilibrio idrostatico viene recuperato entro i limiti numerici, calcolato a partire dall'inizio della collisione. Il tempo t_{pc} è il tempo di passaggio al pericentro: stimato a partire dalle mappe di densità, risulta essere pari a $\sim 10 t_{dyn}$ per i rapporti di massa 1 : 2 e 1 : 3, a $\sim 9 t_{dyn}$ per il rapporto 1 : 6 ed a $\sim 8.5 t_{dyn}$ per il rapporto 1 : 10.

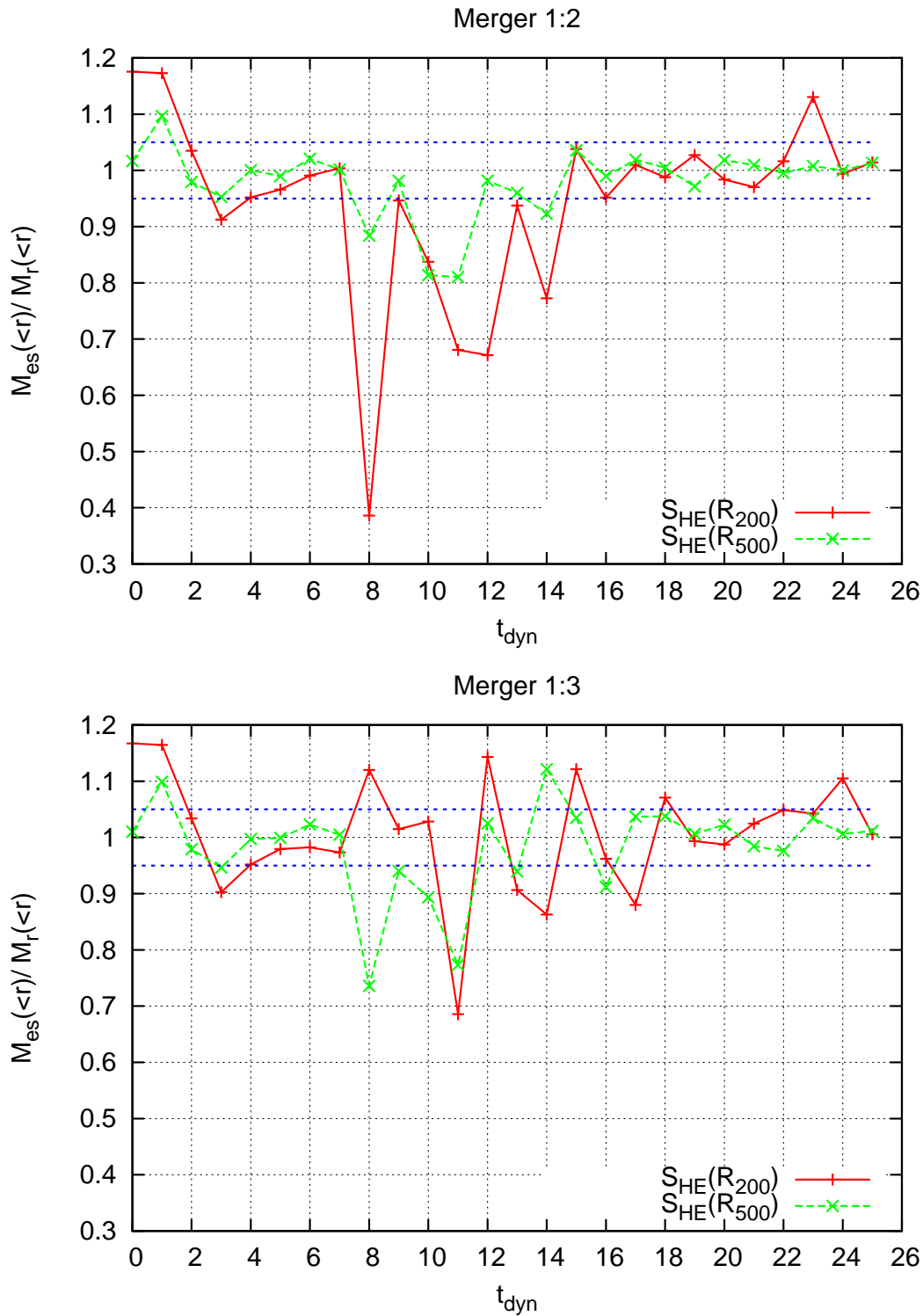


Figura 4.17: Evoluzione di $M_{es}(< R_{200})/M_r(< R_{200})$ (curva rossa) e $M_{es}(< R_{500})/M_r(< R_{500})$ (curva verde), con massa stimata tramite metodo idrostatico, in funzione di t_{dyn} , rispettivamente per le collisioni con rapporto di massa 1 : 2 (pannello in alto) e 1 : 3 (pannello in basso). Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$. Il tempo di passaggio al pericentro t_{pc} risulta essere pari in entrambi i casi a $\sim 10 t_{dyn}$.

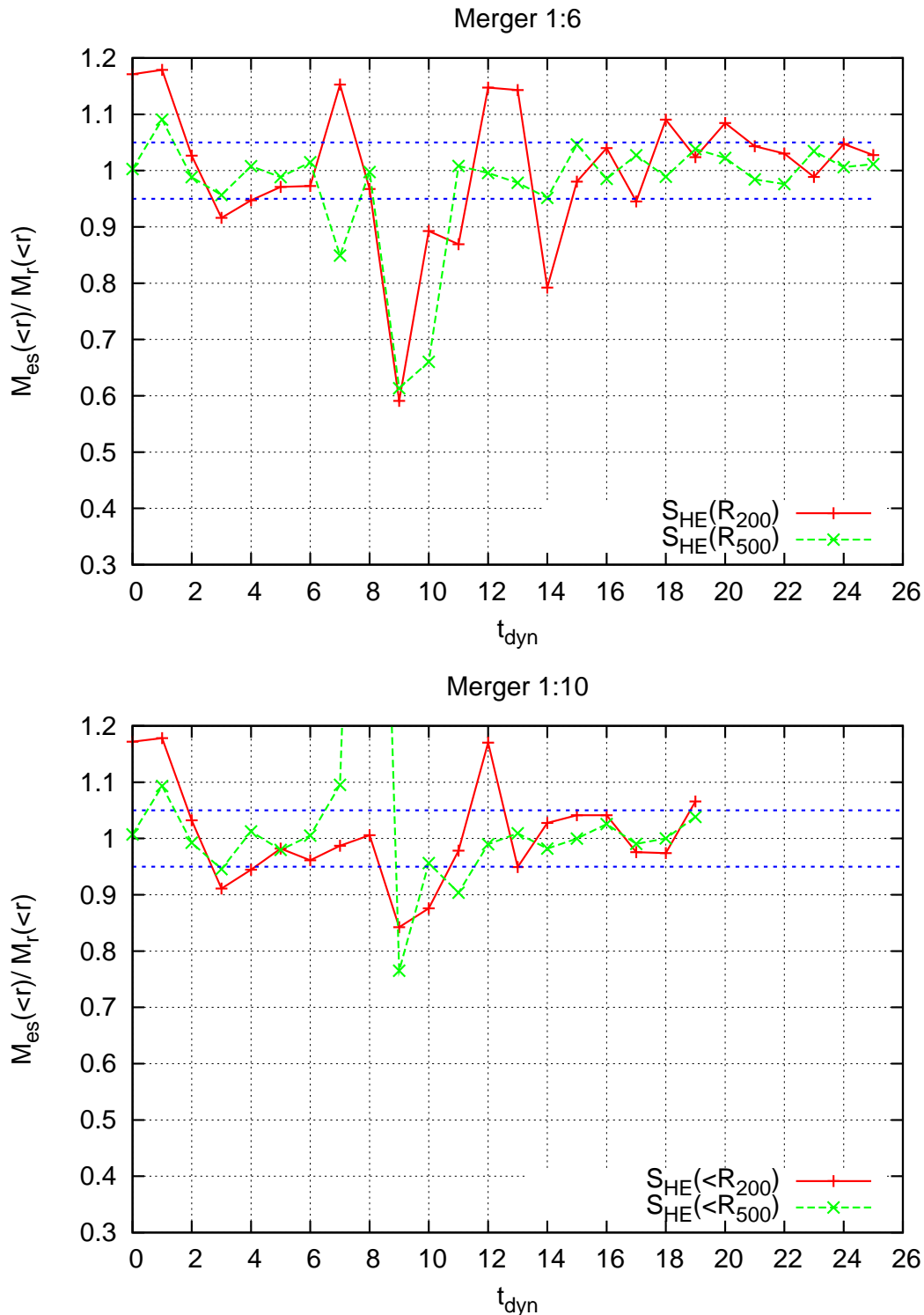


Figura 4.18: Evoluzione di $M_{es}(< R_{200})/M_r(< R_{200})$ (curva rossa) e $M_{es}(< R_{500})/M_r(< R_{500})$ (curva verde), con massa stimata tramite metodo idrostatico, in funzione di t_{dyn} , rispettivamente per le collisioni con rapporto di massa 1 : 6 (pannello in alto) e 1 : 10 (pannello in basso). Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$. Il tempo di passaggio al pericentro t_{pc} risulta essere pari a $\sim 9 t_{dyn}$ per il rapporto di massa 1 : 6, e a $\sim 8.5 t_{dyn}$ per il rapporto di massa 1 : 6.

4.2.1 Rapporto di massa 1 : 2

La figura 4.19 mostra l'evoluzione per $t = (18 - 26) t_{dyn}$ degli stimatori S_{HE} (pannello in alto) ed S_F (pannello in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Come si può notare, lo stimatore S_{HE} a partire da $t = 19 t_{dyn}$ è già entro i limiti numerici, a parte un'oscillazione significativa ($S_{HE}(R_{200}) \sim 15\%$) per $t = 24 t_{dyn}$. Lo stimatore S_F risulta invece entro il 3% a partire da $t = 25 t_{dyn}$.

Possiamo concludere che la collisione tra aloni con rapporto di massa 1 : 2 è caratterizzata da un tempo $t_f = 25 t_{dyn} \simeq 14.25 \text{ Gyrs}$ e, dunque, da un tempo di rilassamento:

$$t_{rel} = t_f - t_{pc} \simeq 15 t_{dyn} \simeq 8.55 \text{ Gyrs} . \quad (4.2)$$

Si noti inoltre come la configurazione di equilibrio raggiunta sia molto stabile: le fluttuazioni di entrambi gli stimatori sono ben entro l'accuratezza numerica per ogni r considerato nel caso di S_F , e per $0.2 < r/R_{200} < 1$ nel caso di S_{HE} (più sensibile alle fluttuazioni centrali dei profili di densità e temperatura). La figura 4.20 mostra la mappa della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz rispettivamente per $t = 18 t_{dyn}$ (pannello in alto) e per $t = t_{rel}$ (pannello in basso). Per $t = 18 t_{dyn}$ è ben visibile lo shock che ancora caratterizza l'ICM entro R_{200} . Per $t = t_{rel}$ il mezzo entro la zona di interesse risulta effettivamente rilassato, mentre all'esterno si notano ancora delle perturbazioni.

4.2.2 Rapporto di massa 1 : 3

La figura 4.21 mostra l'evoluzione per $t = (18 - 26) t_{dyn}$ degli stimatori S_{HE} (pannello in alto) ed S_F (pannello in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . In questo caso lo stimatore S_{HE} presenta un'oscillazione di $\sim 10\%$ per $t = 25 t_{dyn}$; per $t = 26 t_{dyn}$ risulta comunque $S_{HE} < 5\%$ per $0.2 < r/R_{200} < 1$. Lo stimatore S_F risulta anch'esso entro il 3% a partire da $t = 26 t_{dyn}$.

Possiamo concludere che la collisione tra aloni con rapporto di massa 1 : 3 è caratterizzata da un tempo $t_f = 26 t_{dyn} \simeq 14.82 \text{ Gyrs}$ e, dunque, da un tempo di rilassamento:

$$t_{rel} = t_f - t_{pc} \simeq 16 t_{dyn} \simeq 9.12 \text{ Gyrs} . \quad (4.3)$$

La figura 4.22 mostra la mappa della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz rispettivamente per $t = 18 t_{dyn}$ (pannello in alto) e per $t = t_{rel}$ (pannello in basso). Dal confronto tra le mappe calcolate in $t = 18 t_{dyn}$ per il rapporto di massa 1 : 3 (4.22, figura pannello in alto) con quelle calcolate per il rapporto di massa 1 : 2 (4.20, pannello in alto), possiamo notare che lo stato della collisione è effettivamente più avanzato nel caso di rapporto di massa minore. Spostando poi l'attenzione sui pannelli in basso delle stesse figure, è evidente come, al di fuori di R_{200} , il mezzo sia molto più "shockato" per la collisione 1 : 2.

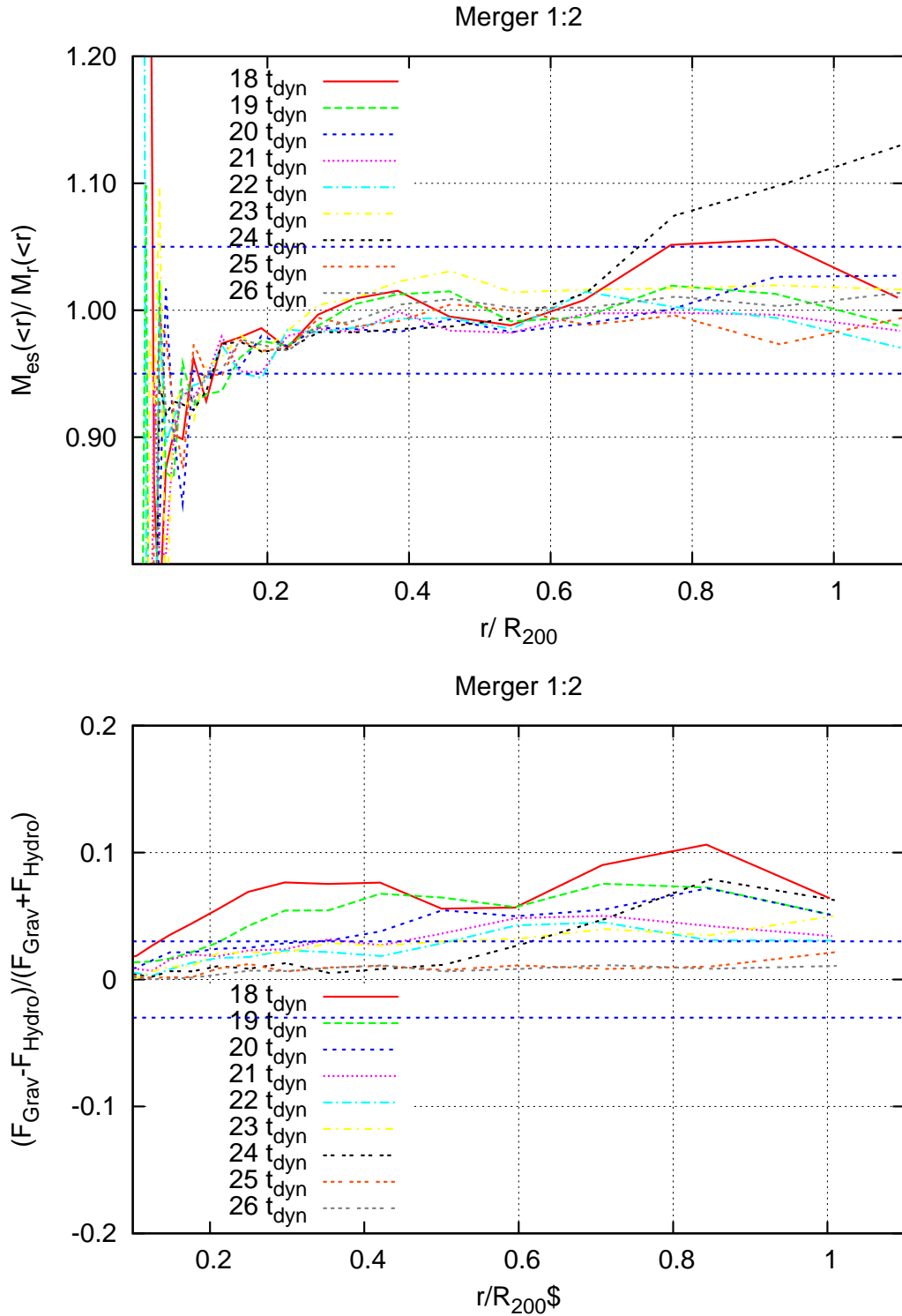


Figura 4.19: Rapporto di massa 1 : 2. Evoluzione di S_{HE} (pannello in alto) e S_F (pannello in basso), entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Le curve sono valutate a distanza di un tempo dinamico, con $t = [18 t_{dyn}, 26 t_{dyn}]$. Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

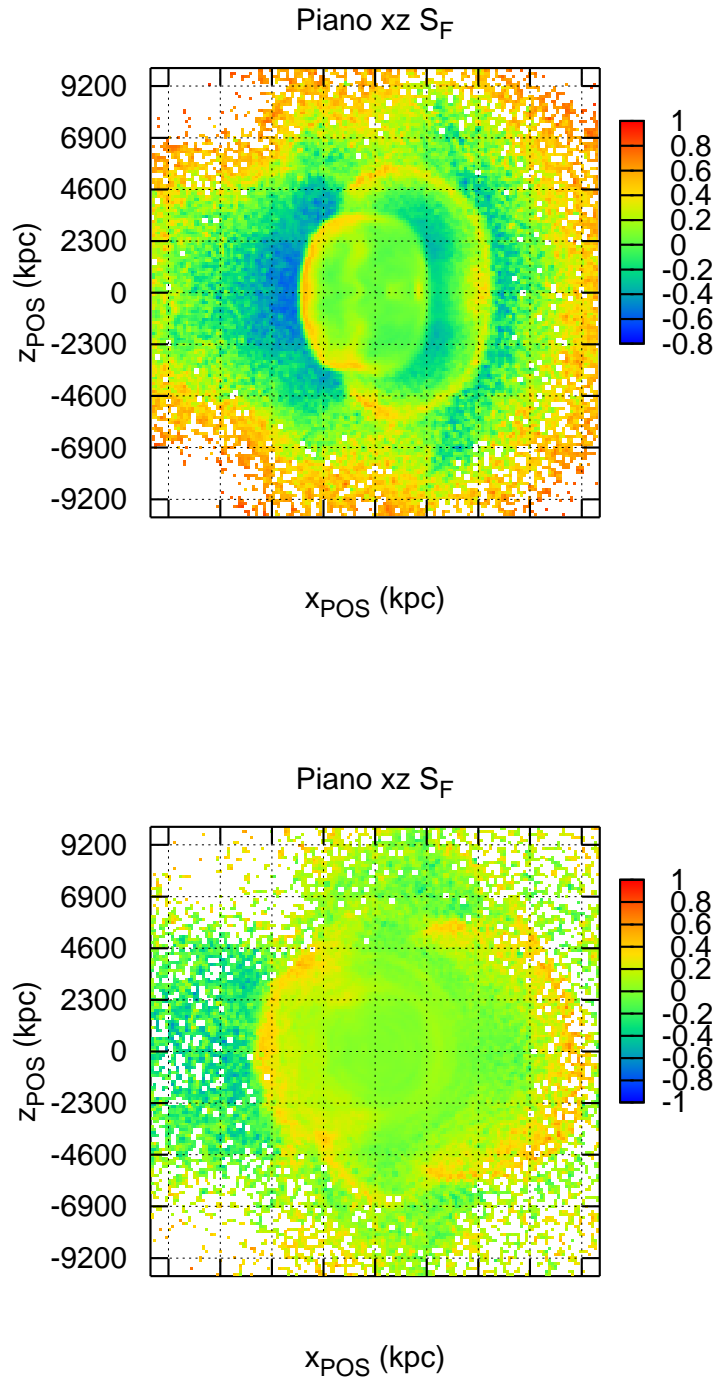


Figura 4.20: Rapporto di massa 1 : 2. Mappa della proiezione sul piano xz dello stimatore S_F rispettivamente per $t = 18 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 25 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

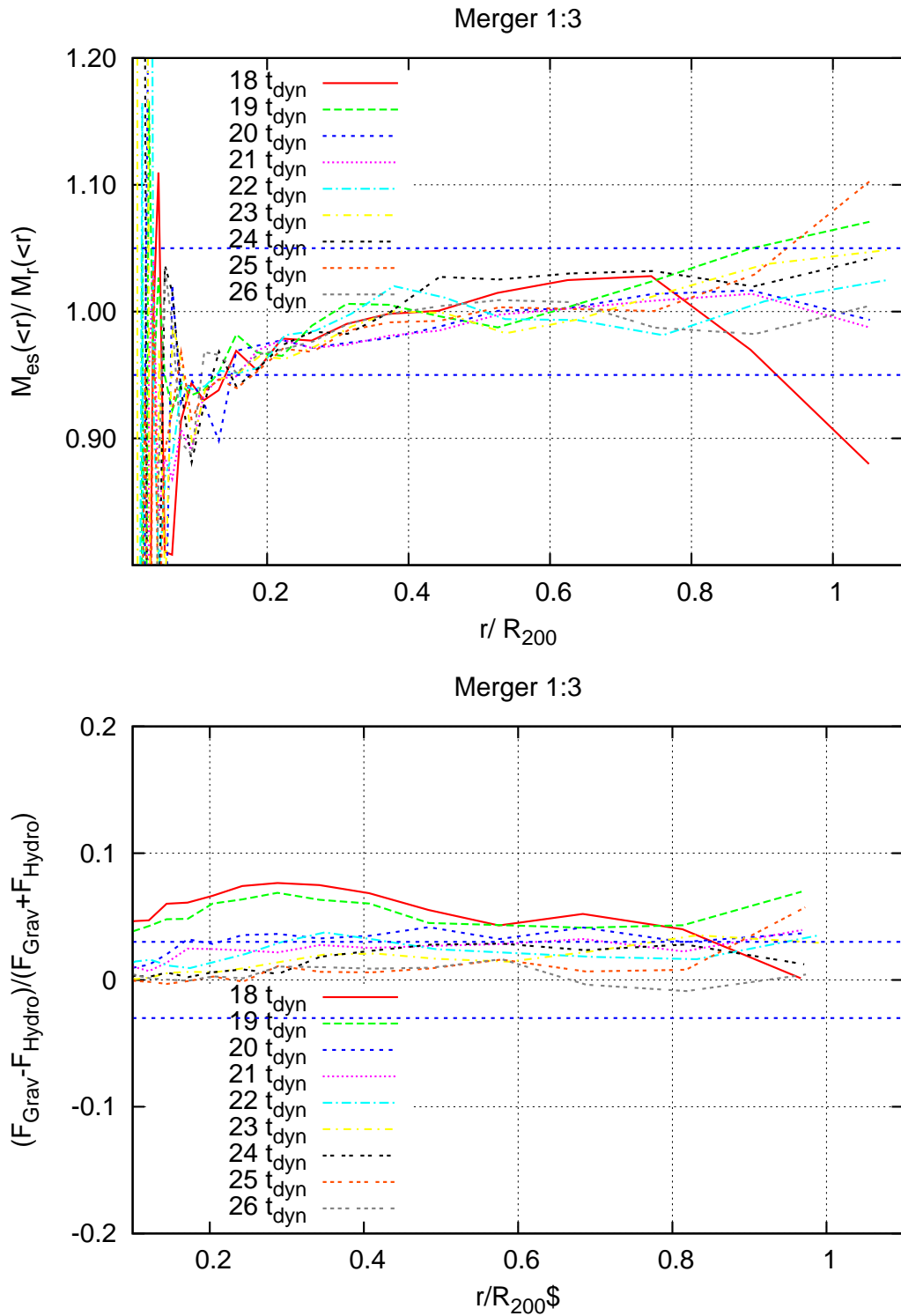


Figura 4.21: Rapporto di massa 1 : 3. Evoluzione di S_{HE} (pannello in alto) e S_F (pannello in basso), entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Le curve sono valutate a distanza di un tempo dinamico, con $t = [18 t_{dyn}, 26 t_{dyn}]$. Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

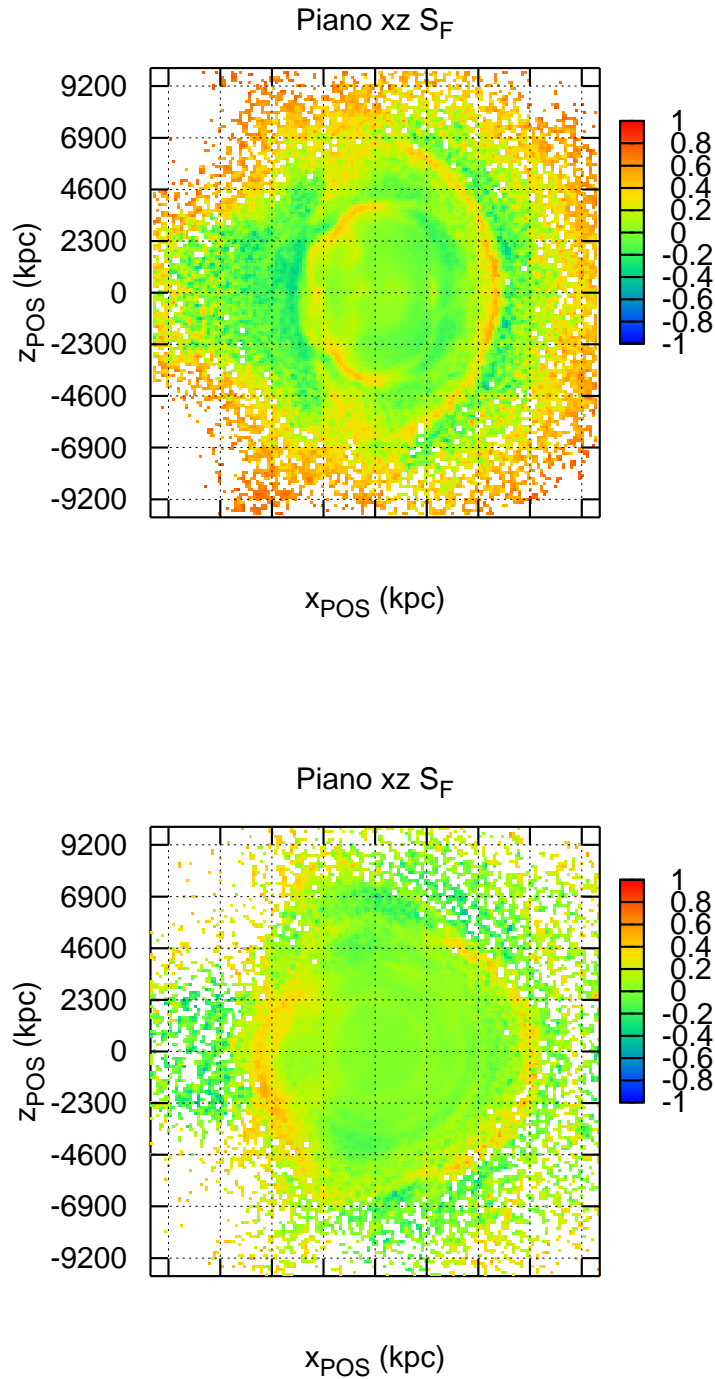


Figura 4.22: Rapporto di massa 1 : 3. Mappa della proiezione sul piano xz dello stimatore S_F rispettivamente per $t = 18 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 26 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

4.2.3 Rapporto di massa 1 : 6

La figura 4.23 mostra l'evoluzione per $t = (18 - 26) t_{dyn}$ degli stimatori S_{HE} (pannello in alto) ed S_F (pannello in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . L'equilibrio viene recuperato stabilmente entro la precisione numerica per $t = 22 t_{dyn}$.

Possiamo concludere che la collisione tra aloni con rapporto di massa 1 : 6 è caratterizzata da un tempo $t_f = 22 t_{dyn} \simeq 12.54 \text{ Gyrs}$ e, dunque, da un tempo di rilassamento:

$$t_{rel} = t_f - t_{pc} \simeq 13 t_{dyn} \simeq 7.41 \text{ Gyrs} . \quad (4.4)$$

La figura 4.24 mostra la mappa della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz rispettivamente per $t = 18 t_{dyn}$ (pannello in alto) e per $t = t_{rel}$ (pannello in basso). Anche se in $t = 22 t_{dyn}$ risulta recuperato l'equilibrio all'interno di R_{200} , all'esterno di tale raggio il mezzo deve ancora rilassarsi significativamente.

4.2.4 Rapporto di massa 1 : 10

La figura 4.25 mostra l'evoluzione per $t = (14 - 20) t_{dyn}$ degli stimatori S_{HE} (pannello in alto) ed S_F (pannello in basso) entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . L'equilibrio viene recuperato stabilmente entro la precisione numerica per $t = 18 t_{dyn}$.

Possiamo concludere che la collisione tra aloni con rapporto di massa 1 : 10 è caratterizzata da un tempo $t_f = 18 t_{dyn} \simeq 12.54 \text{ Gyrs}$ e, dunque, da un tempo di rilassamento:

$$t_{rel} = t_f - t_{pc} \simeq 9.5 t_{dyn} \simeq 5.41 \text{ Gyrs} . \quad (4.5)$$

La figura 4.26 mostra la mappa della proiezione dello stimatore S_F sul piano xz rispettivamente per $t = 14 t_{dyn}$ (pannello in alto) e per $t = t_{rel}$ (pannello in basso).

4.3 Effetto della scelta del bagno termico

Vediamo ora brevemente come varia l'evoluzione delle collisioni in funzione di scelte differenti per la pressione del bagno termico P_b . A tal fine, come accennato nella sezione 3.2.4, abbiamo simulato la collisione degli aloni a bassa risoluzione in due differenti casi, caratterizzati da una pressione del bagno termico pari a $P_{IGM} = (\Omega_b \rho_c k_B T_{IGM}) / (\mu m_p)$ nel caso (1) (con $T_{IGM} = 3 \times 10^5 K$) e da una pressione pari a $P_{ext} = (\rho_{ext} k_b T_{ext}) / (\mu m_p)$ nel caso (2) (con ρ_{ext} e T_{ext} rispettivamente densità e temperatura del gas dell'alone primario valutati per $1.7 \lesssim r/R_{200} \lesssim 2$). La figura 4.27 mostra la mappa della proiezione del logaritmo della densità sul piano xz rispettivamente per il caso (1) (pannello in alto) e per il caso (2) (pannello in basso). Si noti la differenza di densità delle particelle del bagno.

Nonostante la presenza di due bagni termici differenti e la conseguente espansione degli aloni di gas nel caso caratterizzato da $P_b = P_{IGM} < P_{ext}$, i due esperimenti di collisione mostrano esattamente la stessa evoluzione. Per analizzare in dettaglio le

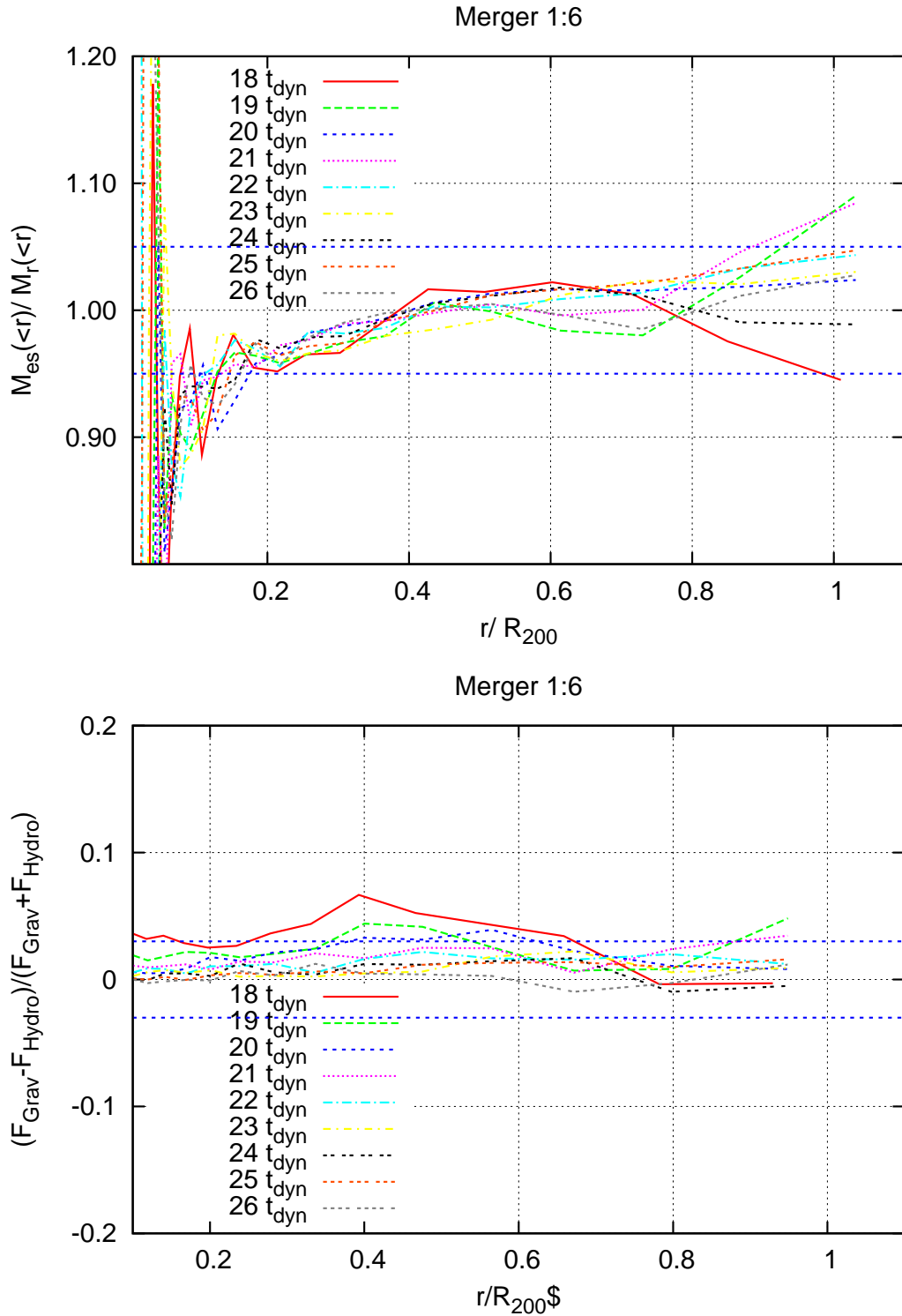


Figura 4.23: Rapporto di massa 1 : 6. Evoluzione di S_{HE} (pannello in alto) e S_F (pannello in basso), entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Le curve sono valutate a distanza di un tempo dinamico, con $t = [18 t_{dyn}, 26 t_{dyn}]$. Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

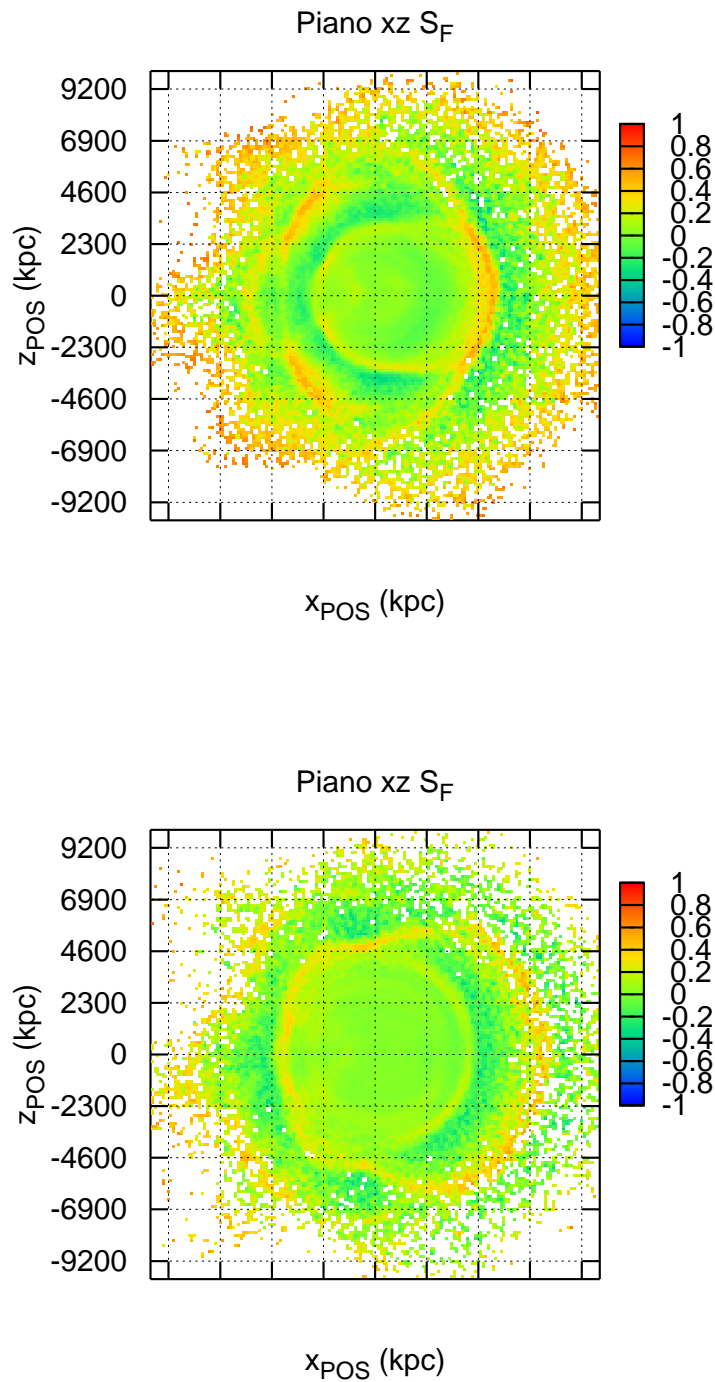


Figura 4.24: Rapporto di massa 1 : 6. Mappa della proiezione sul piano xz dello stimatore S_F rispettivamente per $t = 18 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 22 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

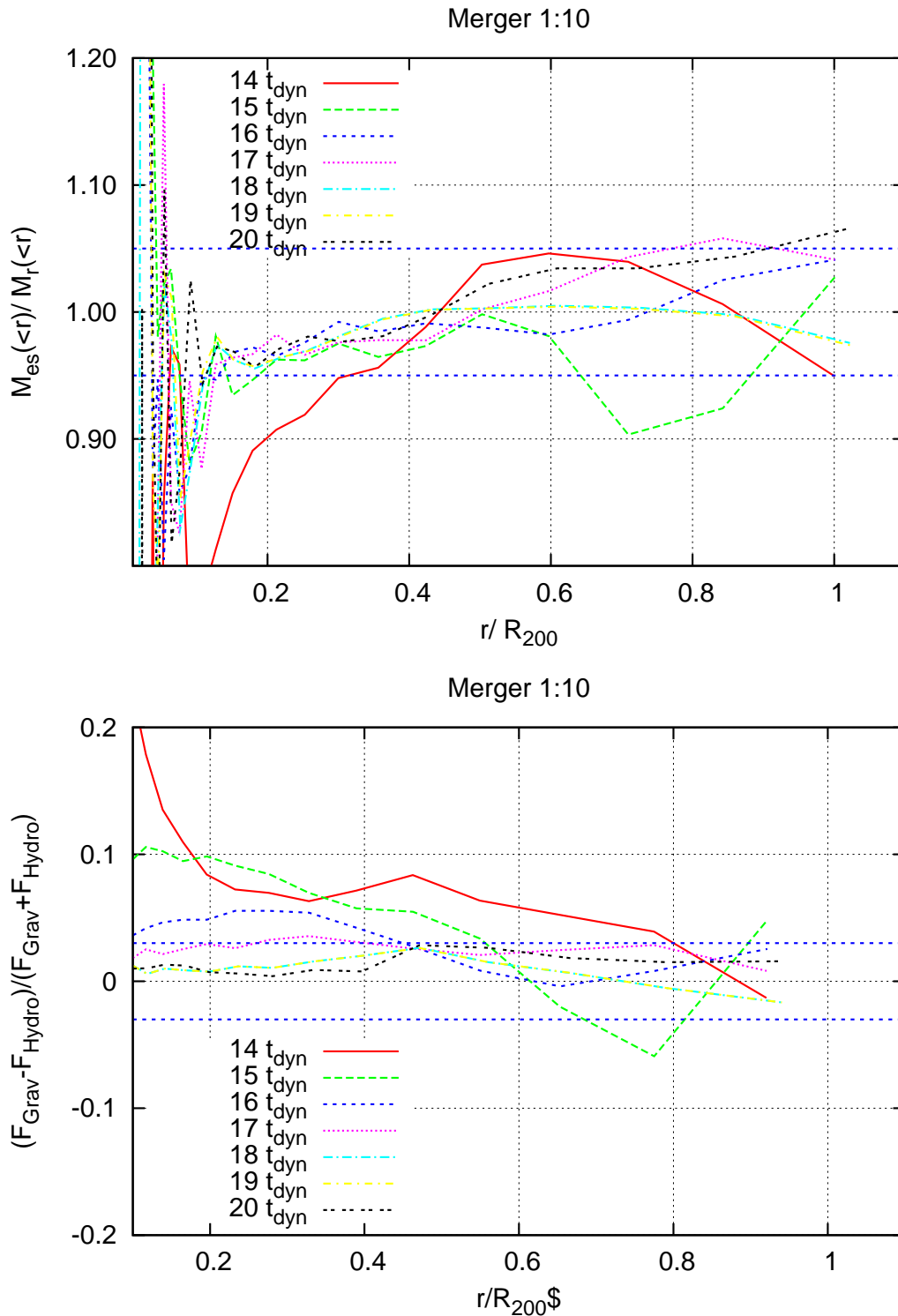


Figura 4.25: Rapporto di massa 1 : 10. Evoluzione di S_{HE} (pannello in alto) e S_F (pannello in basso), entro R_{200} , in funzione di r/R_{200} . Le curve sono valutate a distanza di un tempo dinamico, con $t = [18 t_{dyn}, 26 t_{dyn}]$. Le linee blu tratteggiate rappresentano la precisione numerica con la quale possiamo ottenere l'equilibrio idrostatico: $\pm 5\%$ (pannello in alto), $\pm 3\%$ (pannello in basso).

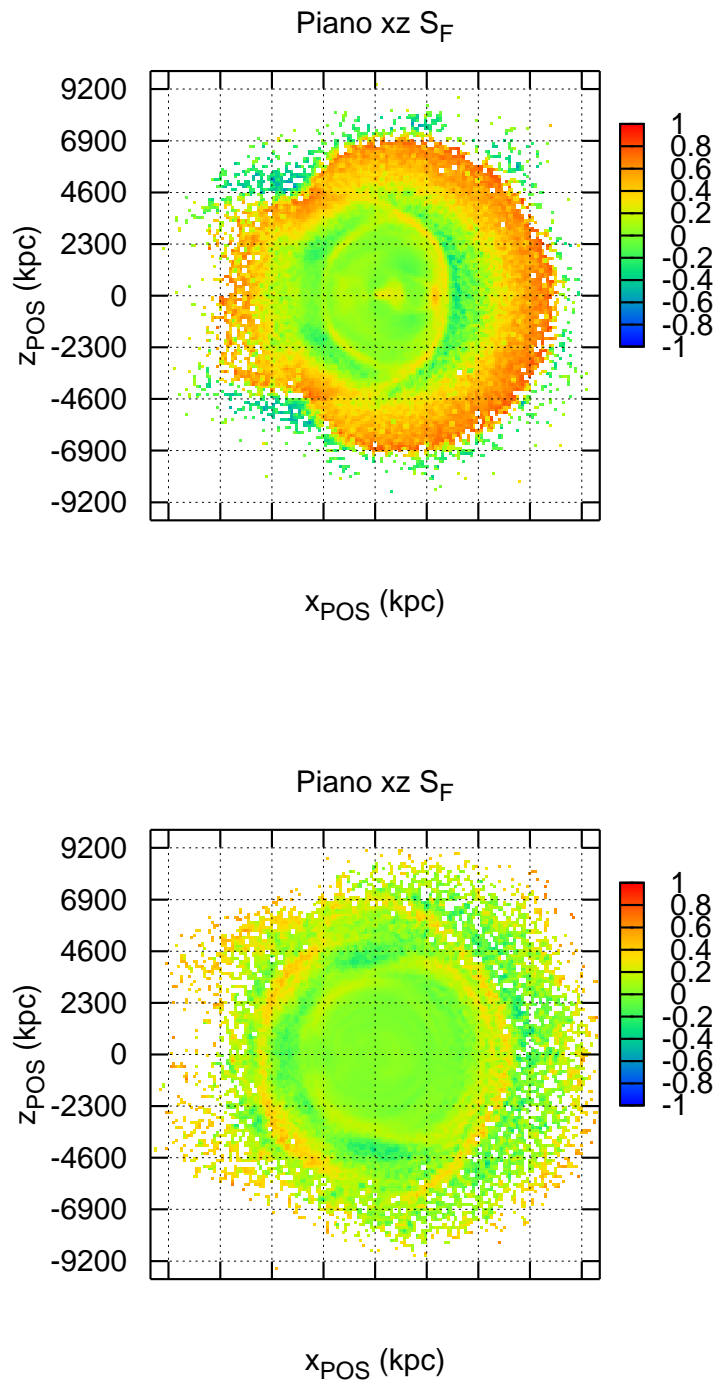


Figura 4.26: Rapporto di massa 1 : 10. Mappa della proiezione sul piano xz dello stimatore S_F rispettivamente per $t = 14 t_{dyn}$ (pannello in alto) e $t = 18 t_{dyn}$ (pannello in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario.

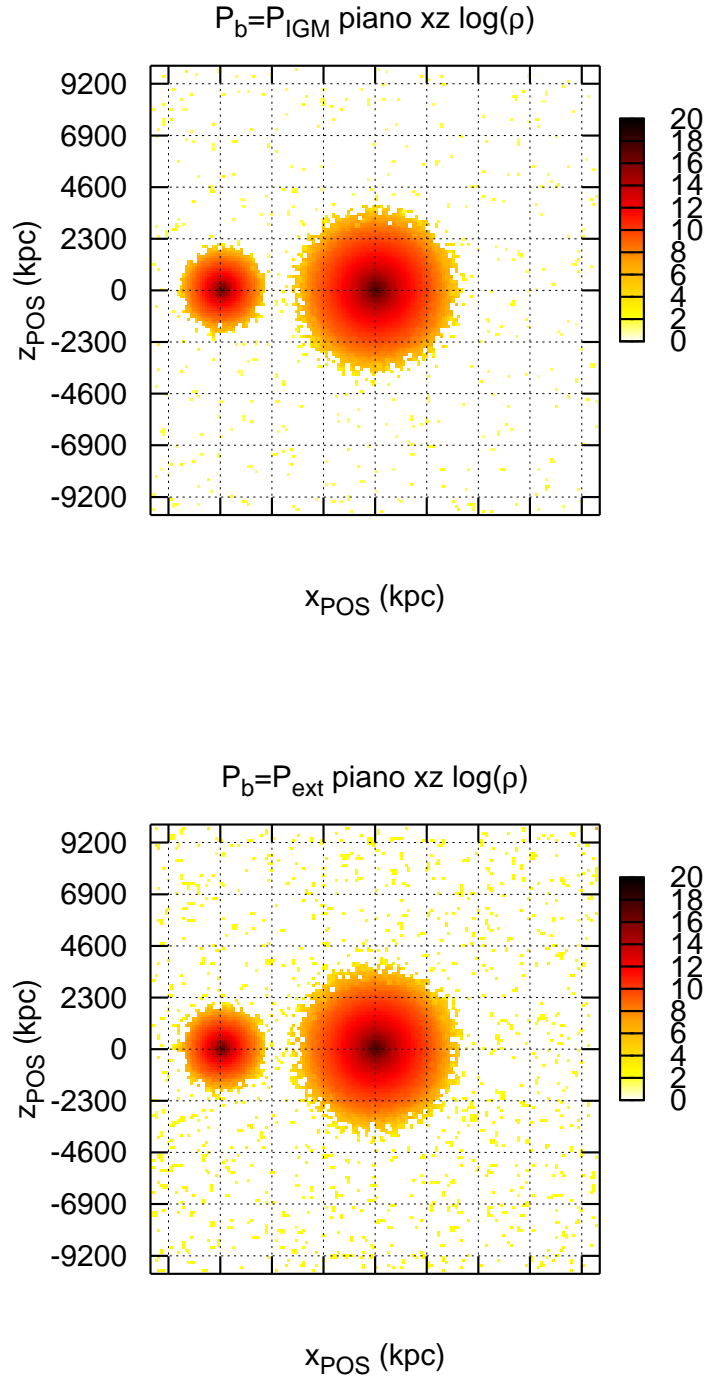


Figura 4.27: Esperimenti di collisione, $t = 1 t_{dyn}$. Mappa della proiezione del logaritmo di densità sul piano xz per gli aloni immersi rispettivamente in un bagno termico di pressione $P_b = P_{IGM}$ (in alto) e $P_b = P_{ext}$ (in basso). Il passo della griglia è pari a R_{200} dell'alone primario dell'alone primario.

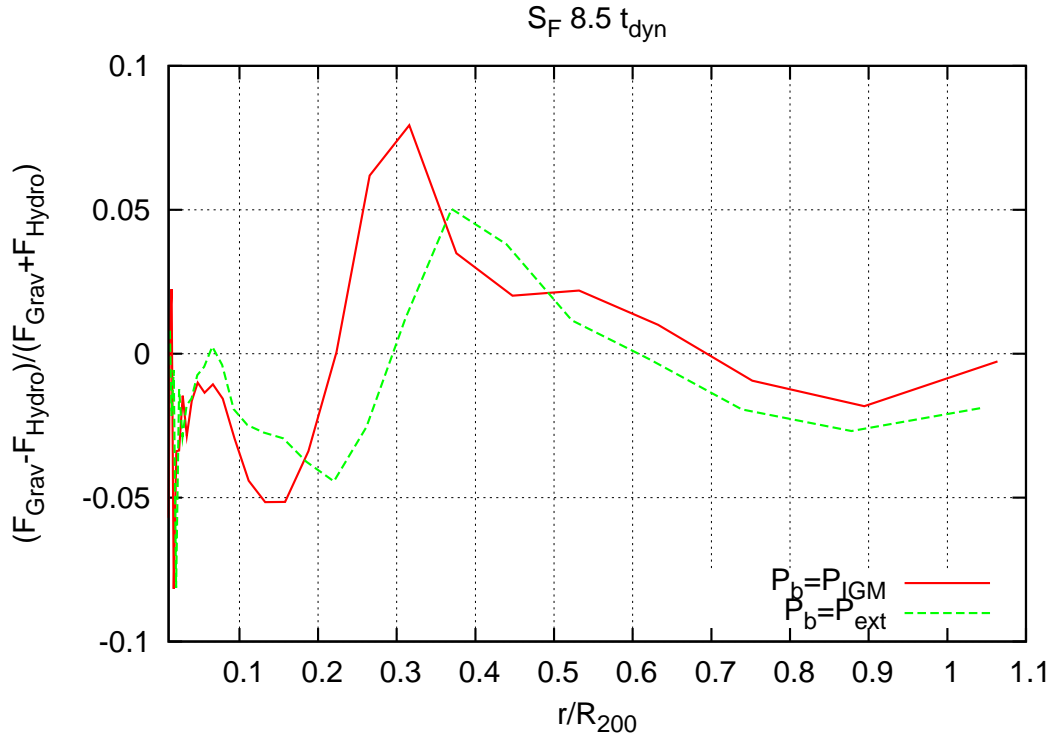


Figura 4.28: Esperimenti di collisione, $t = 8.5 t_{dyn}$. Stimatore S_F in funzione di r/R_{200} per le due differenti condizioni iniziali: rispettivamente $P_b = P_{IGM}$ (curva rossa) e $P_b = P_{ext}$ (curva verde).

differenze, se esistenti, presenti nelle perturbazioni sviluppatesi all'interno dell'ICM nei due casi, ci concentreremo su una singola “snapshot”, scelta in un istante evolutivo tale che l'alone secondario sia già penetrato all'interno del primario.

In figura 4.28 viene mostrato lo stato dinamico del gas dopo $8.5 t_{dyn}$ dall'inizio delle simulazioni di collisione degli aloni a bassa risoluzione. La figura mostra lo stimatore S_F in funzione di r/R_{200} , rispettivamente nel caso di bagno termico con $P_b = P_{IGM}$ (curva rossa) e di quello con $P_b = P_{ext}$ (curva verde). I due pannelli mostrano chiaramente che l'entità della violazione di equilibrio è confrontabile nei due casi: la differenza più significativa risiede infatti nella posizione dei massimi dello stimatore S_F . Nel caso caratterizzato da pressione del bagno termico minore ($P_b = P_{IGM}$), i massimi di S_F sono infatti leggermente spostati verso l'interno. Abbiamo già notato in precedenza (vedi sezione 4.1.4) che la posizione di tali minimi individua la posizione dell'alone secondario all'interno del primario.

Possiamo quindi affermare che la differenza di pressione tra i due bagni porta ad una penetrazione leggermente più veloce dell'alone secondario nell'alone primario nel caso di bagno termico con pressione minore ($P_b = P_{IGM}$). La presenza di gas esterno alle strutture isolate induce infatti una leggera perdita di velocità delle particelle dell'alone secondario (tramite forza di pressione), che chiaramente risulta maggiore nel caso di maggiore densità del bagno termico.

Tali differenze di densità del bagno termico inducono comunque una differenza temporale tra i due casi trascurabile rispetto alla precisione con cui vogliamo stimare il tempo di rilassamento. Data infine la non fisicità del bagno termico caratterizzato da $P_b = P_{ext}$ (in un caso realistico ci si aspetta che gli aloni secondari non si muovano in un mezzo caratterizzato da tale pressione), abbiamo scelto di immergere i nostri aloni in un mezzo caratterizzato da una densità $\rho_b = \rho_c \Omega_b$ ed una temperatura $T_b = 3 \times 10^5 K$, che eserciti una pressione $P_b = P_{IGM}$ sulle nostre strutture. In tal modo, gli aloni si espanderanno fino al raggiungimento dell'equilibrio di pressione con il mezzo esterno. Gli effetti di tale espansione sulle caratteristiche delle perturbazione dell'ICM entro R_{200} a seguito delle collisioni risultano, come visto, trascurabili ai fini della nostra analisi.

Capitolo 5

Conclusioni e prospettive future

Nell'era della cosmologia di precisione, gli ammassi di galassie possono essere utilizzati per dare importanti vincoli sui parametri cosmologici fondamentali: grazie ai dati ottenuti dall'osservazione di tali sistemi possiamo ad esempio stimare il contenuto totale di materia dell'Universo, la percentuale di materia che risulta essere di natura barionica, la forma dello spettro delle perturbazioni primordiali o ancora la natura e l'origine dell'energia oscura. Tuttavia, affinché i vincoli ottenuti siano stringenti, è necessario che la massa totale di questi sistemi sia stimata con sufficiente accuratezza.

Dall'osservazione in banda X della radiazione emessa da parte del mezzo intra-cluster (ICM) è possibile ottenere il profilo di massa totale degli ammassi di galassie tramite l'applicazione del metodo idrostatico. Tale metodo poggia su alcune assunzioni fondamentali: è necessario che per le particelle di gas la forza gravitazionale sia bilanciata in ogni punto dalla forza di pressione (ossia che sia valida la condizione di equilibrio idrostatico), e che il potenziale gravitazionale e la distribuzione di gas siano entrambi caratterizzati da simmetria sferica. Nel caso queste assunzioni non siano perfettamente verificate, la stima di massa ottenuta risulterà essere solo un'approssimazione della massa reale delle strutture.

Sappiamo da studi numerici ed osservativi che gli ammassi di galassie sono strutture dinamicamente giovani, ed in quanto tali sono soggetti a frequenti collisioni, che perturbano lo stato di equilibrio del mezzo e ne modificano le proprietà termodinamiche. In questo lavoro di tesi ci siamo riproposti di sviluppare una procedura per studiare l'effetto che ha una singola collisione sullo stato dinamico dell'ICM tramite l'utilizzo di simulazioni controllate di collisioni tra aloni isolati, effettuate con il codice GADGET-2. Abbiamo quindi generato le condizioni iniziali e simulato l'evoluzione di 4 collisioni tra aloni isolati, caratterizzate da differenti rapporti di massa tra l'alone primario e l'alone secondario. La procedura sviluppata ci ha permesso di analizzare la fase di rilassamento successiva allo scontro ed in particolare di dare una stima quantitativa dei tempi scala caratteristici.

I risultati più significativi di tale lavoro possono essere riassunti come segue.

- Abbiamo introdotto un nuovo stimatore di equilibrio idrostatico S_F , basato sul calcolo diretto delle forze gravitazionali F_{Grav} ed idrodinamiche F_{Idro} agenti su

ciascuna particella di gas degli aloni simulati:

$$S_F = \sum_i \left(\frac{F_{Grav,i} - F_{Idro,i}}{F_{Grav,i} + F_{Idro,i}} \right). \quad (5.1)$$

Tale stimatore risulta essere più stabile di quelli comunemente utilizzati S_{HE} ed S_{Hyd} , basati sul rapporto tra la massa stimata entro il raggio r $M_{es}(< r)$, calcolata rispettivamente tramite metodo idrostatico e tramite metodo idrodinamico, e la massa reale $M_r(< r)$:

$$S_{HE,Hyd} = M_{es}(< r)/M_r(< r). \quad (5.2)$$

La massa stimata dipende infatti in entrambi i casi dai differenziali logaritmici dei profili di densità e di temperatura del gas, dunque questi stimatori risultano notevolmente sensibili alle fluttuazioni di tali grandezze. La massima accuratezza numerica con cui possiamo raggiungere la condizione di equilibrio idrostatico e conseguentemente monitorarne le violazioni corrisponde a fluttuazioni di $\pm 3\%$ nel caso di S_F , mentre nel caso di S_{HE} e S_{Hyd} , per quanto appena detto, tali fluttuazioni salgono a $\pm 5\%$. Inoltre, per come è stato definito, il nuovo stimatore permette la realizzazione di vere e proprie mappe bidimensionali di violazione dell'equilibrio. Dal confronto di tali mappe con quelle delle grandezze termodinamiche proiettate abbiamo evidenziato una coincidenza tra le violazioni di equilibrio presenti e le perturbazioni delle osservabili fisiche quali temperatura ed entropia.

- Abbiamo verificato che lo stimatore S_{Hyd} non può essere assolutamente utilizzato per correggere un moto coerente delle particelle di gas. Nel corso della collisione infatti le particelle dell'alone secondario sono caratterizzate da un moto di insieme di tipo laminare all'interno dell'alone primario. Confrontando i profili radiali rispettivamente di S_{Hyd} e S_{HE} abbiamo evidenziato come le violazioni di equilibrio in presenza di un moto coerente delle particelle di gas siano infatti amplificate dallo stimatore idrodinamico. Tale amplificazione è dovuta al fatto che la dispersione delle velocità delle particelle di gas dell'alone secondario viene in questo caso erroneamente identificata come supporto di pressione non termico per l'alone primario. Se dunque lo stimatore idrodinamico è ideale per la correzione dei moti random residui delle particelle di gas, in caso di collisione delle strutture esso non può essere utilizzato.
- Le nostre strutture raggiungono il rilassamento post-collisione entro l'accuratezza numerica ottenibile. Siamo quindi riusciti a dare, a differenza di Poole et al. (2006), vincoli quantitativi sui tempi di rilassamento: $t_{rel} \sim 9 Gyr$ per i rapporti di massa 1 : 2 e 1 : 3, $t_{rel} \sim 7.5 Gyr$ per il rapporto 1 : 6 e $t_{rel} \sim 5.5 Gyr$ per il rapporto 1 : 10. Dopo al massimo 15 Gyr dall'inizio delle collisioni gli stimatori di equilibrio idrostatico presentano fluttuazioni attorno alla condizione di equilibrio dell'ordine del 3% nel caso di S_F e del 5% nel caso di S_{HE} . Possiamo quindi concludere che le perturbazioni del gas dovute alle collisioni permangono nel sistema per molto tempo (il processo di rilassamento del mezzo

intra-cluster avviene su tempi scala molto lunghi). Inoltre, come ci aspetteremo, più è alta la massa dell'alone secondario, più lungo in media è il tempo di rilassamento. L'effetto delle collisioni non può dunque assolutamente essere trascurato se si vogliono ottenere misure accurate della massa dalle osservazioni in banda X degli ammassi di galassie.

La procedura seguita è risultata quindi in grado di caratterizzare in modo soddisfacente il problema. Ulteriori sviluppi sono in ogni caso necessari per riuscire a correggere gli errori indotti dalle collisioni sulle stime idrostatiche di massa.

Per poter ottenere vincoli numerici stringenti o potenziali applicazioni osservative, occorrerà prima di tutto estendere il set di simulazioni controllate in modo tale da riprodurre collisioni con parametri (rapporti di massa e orbite) cosmologicamente significativi, ossia osservati nell'ambito di simulazioni cosmologiche. Per quanto riguarda nello specifico le simulazioni, bisognerà indagare gli effetti delle collisioni sull'ICM a seguito dell'introduzione di processi fisici che non conservano l'energia, quali il raffreddamento del gas ed il feedback da supernovae e da nuclei galattici attivi. Sarebbe interessante infine anche introdurre l'arricchimento chimico del gas considerando la storia evolutiva delle popolazioni stellari, in modo tale da monitorare l'effetto delle collisioni sulla diffusione dei metalli. Tali processi fisici sono tutti implementati nel codice GADGET-2, ma, come abbiamo già detto, abbiamo preferito in un primo tempo non tenerli in considerazione per ridurre al minimo il numero dei parametri in gioco. Da una più approfondita caratterizzazione degli shock e da uno studio dettagliato della correlazione tra violazioni delle grandezze termodinamiche proiettate e le corrispondenti violazioni di equilibrio idrostatico, osservabili nelle mappe bidimensionali dello stimatore S_F , si potrebbe poi ottenere un metodo per risalire da misure di temperatura ed entropia di ammassi di galassie reali alle perturbazioni di equilibrio idrostatico esistenti nell'ICM che le compone (procedendo all'inverso rispetto a quanto fatto in questo lavoro). Si potrebbe infine verificare, in analogia con quanto fatto da Poole et al. (2007), come le relazioni di scala, che correlano la massa ad osservabili quali la temperatura o la luminosità in banda X dell'ammasso di galassie, dipendano dallo stato di disequilibrio idrostatico indotto dalle collisioni. In tal modo si potrebbe disporre di un efficace test osservativo capace di dare informazioni sullo stato di rilassamento del mezzo in funzione di quanto la stima di massa ottenuta dalle relazioni di scala si discosti da quella ottenuta tramite metodo idrostatico.

Una volta caratterizzati in maniera completa gli effetti di una singola collisione, la procedura ottenuta si potrebbe applicare a simulazioni cosmologiche, nelle quali la storia evolutiva degli ammassi di galassie viene considerata nella sua interezza.

Scopo finale di un simile studio è chiaramente quello di definire un'osservabilità delle violazioni di equilibrio a partire da osservazioni dirette degli ammassi di galassie in banda X. Nel prossimo futuro infatti assisteremo al lancio delle nuove missioni eROSITA, IXO, WFT che aumenteranno di certo la nostra conoscenza sugli ammassi di galassie. Si evidenzia quindi la necessità di mettere a punto procedure come la nostra per poter sfruttare appieno le potenzialità di tali osservazioni in termini di conoscenze cosmologiche, per riuscire infine a svelare la natura delle componenti di materia ed energia oscura nell'Universo.

Appendice A

Elementi di cosmologia

La nascita della moderna cosmologia può essere datata intorno al 1920, con la formulazione del *Modello Standard* o *Modello del Big Bang*. Successivamente Hubble scoprì che altre galassie esistevano oltre la Via Lattea e che tutte queste galassie si allontanavano dalla nostra con un'espansione uniforme ed isotropa. Einstein in questo periodo aveva già formulato la teoria della relatività generale. Mentre Einstein era alla ricerca di un modo per rendere statico il modello di Universo derivante dalle sue equazioni, Friedmann sviluppò alcuni modelli di Universo non statici basati sulle teorie di Relatività generale, che trovarono una conferma osservativa nei risultati di Hubble. Da allora sono stati fatti numerosi progressi in varie direzioni, dalla nucleosintesi primordiale all'evoluzione termica dell'Universo, dallo studio della formazione di strutture su larga scala alle osservazioni della radiazione di fondo cosmico nelle microonde. Un importante passo avanti è stato fatto nel 1981 con l'introduzione della teoria dell'inflazione di Guth & Weinberg, che ha risolto alcuni tra i problemi più grandi del modello standard.

In questa appendice presenteremo un'introduzione alla cosmologia moderna. Per una trattazione completa del modello standard vedi Coles & Lucchin (2002), Longair (1998), Peacock & Murdin (2002) o Padmanabhan (2002).

A.1 Il principio cosmologico

La cosmologia moderna è basata su un'assunzione fondamentale chiamata *principio cosmologico*. In base ad essa l'Universo su larga scala è in buona approssimazione omogeneo ed isotropo: questo significa che non esistono nè posizioni nè direzioni privilegiate. Le giustificazioni per questa assunzione sono principalmente osservative e verranno presentate nel seguito.

A.2 Proprietà dell'Universo su larga scala

A.2.1 La legge di Hubble

Hubble & Humason (1931) trovarono che le galassie si allontanano da noi con una velocità direttamente proporzionale alla loro distanza:

$$v = H_0 d \quad (\text{A.1})$$

dove v è la velocità della galassia, d è la sua distanza e H_0 è la *costante di Hubble*. Questa costante è solitamente riscritta nei termini del parametro adimensionale h :

$$h = \frac{H_0}{100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}}. \quad (\text{A.2})$$

Recenti determinazioni osservative di h , basate su metodi indipendenti (spettro di potenza del CMB, supernovae di tipo Ia e Cefeidi dell'Universo locale), sono tra loro compatibili ed indicano un valore nel range $0.7 - 0.8$.

La legge di Hubble è valida in realtà su un ristretto intervallo di distanze. Se le galassie sono troppo vicine, i moti peculiari delle stesse dominano sulla loro velocità di recessione. Se invece le galassie sono troppo lontane, la legge non è più valida, infatti essa rappresenta l'approssimazione locale di una relazione più generale che affronteremo nella sezione A.5.

A.2.2 L'isotropia della radiazione cosmica di fondo nelle microonde (CMB)

L'isotropia del CMB rappresenta l'evidenza più stringente dell'isotropia dell'Universo stesso. In aggiunta le sue fluttuazioni ci danno un'informazione diretta sulle perturbazioni della densità primordiale che hanno dato origine alle presenti strutture su larga scala (galassie ed ammassi di galassie).

L'isotropia del CMB è collegata al problema dell'orizzonte cosmologico ¹. Il fondo cosmico si è formato quando i fotoni si sono disaccoppiati dalla materia barionica, circa 380000 anni dopo il Big Bang, quando l'Universo aveva una temperatura di circa 0.3 eV. L'orizzonte cosmologico corrispondente a quell'istante è oggi sotteso da un angolo θ di circa 2° . Tuttavia il CMB è sostanzialmente isotropo su scale molto maggiori di θ , il che indica chiaramente che l'Universo in quell'istante doveva essere omogeneo a scale più grandi dell'orizzonte cosmologico. Questo rimase un problema fino al 1981, quando Guth & Weinberg proposero la teoria dell'inflazione, così chiamata perché predice un periodo di espansione dell'Universo molto rapida (esponenziale). Durante tale periodo, regioni che sono oggi distanti potevano invece essere in contatto, giustificando in questo modo la presente omogeneità.

¹L'orizzonte cosmologico ad un dato istante è la massima distanza alla quale può giungere un segnale che viaggia alla velocità della luce. Ciò significa che se due punti sono separati da una distanza maggiore dell'orizzonte cosmologico, è impossibile un qualsiasi scambio di informazione fra di loro. Al giorno d'oggi esso è circa uguale a $l \sim c/H_0 \sim 3000h^{-1} \text{ Mpc}$.

A.2.3 La densità media dell'Universo

La densità totale dell'Universo è data dalla somma di diverse componenti. Il contributo di ciascuna componente è solitamente dato in unità della *densità critica*, che corrisponde alla densità necessaria per avere l'Universo con geometria piatta (vedi sezione A.5). La densità critica è data da:

$$\rho_c = 1.9 \cdot 10^{-29} g \text{ cm}^{-3} h^2 . \quad (\text{A.3})$$

Il *parametro di densità* associato alla i -esima componente è quindi definito come:

$$\Omega_{0,i} = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_{c,0}} , \quad (\text{A.4})$$

dove $\rho_{i,0}$ è la densità cosmica media della componente, $\rho_{c,0}$ è la densità critica ed il pedice 0 indica che le quantità sono calcolate al tempo presente.

A.2.4 Fotoni e neutrini

Anche il CMB dà un contributo alla densità totale dell'Universo, anche se molto piccolo. Il suo parametro di densità è pari a:

$$\Omega_r \simeq 2.6 \cdot 10^{-5} h^{-2} . \quad (\text{A.5})$$

Il modello cosmologico standard predice oltre alla radiazione di fondo anche la presenza di un fondo di neutrini. Tuttavia questo è troppo debole per essere rilevato con gli attuali strumenti, principalmente a causa della piccola sezione d'urto di queste particelle. La densità dei neutrini dipende dalla loro massa che è tuttora incerta:

$$\Omega_\nu \simeq N_\nu \frac{\langle m_\nu \rangle}{10 eV} h^{-2} , \quad (\text{A.6})$$

dove N_ν è il numero di specie di neutrino e $\langle m_\nu \rangle$ è la massa mediata sulle specie.

A.2.5 Le Galassie

Il contributo alla densità totale delle galassie si stima moltiplicando la luminosità media per unità di volume L_g per il valor medio del rapporto tra massa e luminosità delle galassie M/L . Un valore tipico per il rapporto massa-luminosità è $\langle \frac{M}{L} \rangle \simeq 10 h \frac{M_\odot}{L_\odot}$. Dalle misure di tale rapporto si deduce la presenza di grandi aloni di materia oscura che circondano le galassie: la materia luminosa risulta pari infatti a $1/3 - 1/10$ della massa totale delle galassie, che saranno dunque composte perlopiù di materia oscura. Concludendo, il contributo dovuto alle galassie risulta essere pari a $\rho_{gal,0} \simeq 6 \cdot 10^{-31} h^2 g \text{ cm}^{-3}$, con un parametro di densità:

$$\Omega_{gal} \simeq 0.03 . \quad (\text{A.7})$$

A.2.6 Ammassi di galassie

Gli ammassi di galassie hanno masse tipiche di $10^{14-15}M_{\odot}h^{-1}$. Essi presentano un rapporto massa-luminosità più alto rispetto alle galassie, tipicamente $M/L \simeq 300M_{\odot}/L_{\odot}$. La materia oscura è dunque la componente dominante in questi sistemi (e determina la loro dinamica). Assumendo che tutta la materia dell'Universo abbia lo stesso rapporto M/L osservato negli ammassi di galassie, si ottiene:

$$\Omega_M \simeq 0.3. \quad (\text{A.8})$$

A.2.7 La componente barionica

La teoria della nucleosintesi primordiale fornisce vincoli molto stringenti sulla densità della componente di materia barionica Ω_b , dato che risulta essere molto sensibile a variazioni di tale parametro. Dalle attuali abbondanze degli elementi leggeri (2H , 3He , 4He , 7Li) si ottiene:

$$1.1 \cdot 10^{-2} h^{-2} < \Omega_b < 2.5 \cdot 10^{-2} h^{-2} \quad (\text{A.9})$$

mentre dal CMB si ottiene (Spergel et al., 2007):

$$\Omega_b = (2.23 \pm 0.07)10^{-2} h^{-2} \quad (\text{A.10})$$

La maggior parte dei barioni dell'Universo si trovano sotto forma di gas diffuso. Tuttavia, il gas caldo osservato negli ammassi e nei gruppi di galassie dell'Universo locale corrisponde solo a circa la metà del valore atteso, il che significa che parte dei barioni è ancora mancante. La situazione è diversa nell'universo lontano: stime ottenute dalla foresta Ly_{α} ² coprono infatti la totalità dei barioni. Ciò supporta l'ipotesi che la frazione barionica mancante si trovi sotto forma di gas tiepido diffuso, che non è ancora stato osservato a causa della sua bassa brillantezza in banda X. Si pensa che il contributo da altri candidati come buchi neri o nane bianche sia in realtà trascurabile. (per maggiori dettagli vedi, Fukugita et al., 1998).

A.2.8 La componente di materia oscura non barionica

Le stime del campo gravitazionale nelle regioni esterne sia di galassie a spirale che di galassie ellittiche e, in maniera molto maggiore, negli ammassi di galassie, mettono in evidenza la presenza di una componente di materia oscura, la cui natura è tuttora sconosciuta. Infatti le stime di densità barionica affermano chiaramente che tale materia oscura non può essere di origine barionica. Si tratta invece di un nuovo tipo di particella, mai stata osservata, che costituisce circa il 90% del contenuto totale di materia dell'Universo. La sua esistenza è anche necessaria per spiegare il processo di formazione delle strutture cosmiche. Infatti, i modelli teorici mostrano che la sola componente barionica non sarebbe in grado di formare le strutture che

²Linee di assorbimento osservate negli spettri di quasar distanti, che permette la misura diretta della quantità di idrogeno neutro lungo la linea di vista nel mezzo intergalattico.

popolano l'universo attuale: è necessario un altro tipo di particelle, di natura non collisionale e che quindi non abbiano un termine di pressione. La presenza di tali particelle servirebbe a catalizzare il processo di collasso della materia barionica. Le particelle di materia oscura dovrebbero presentare una sezione d'urto molto piccola per almeno due ragioni: *i)* non sono mai state osservate; *ii)* dovrebbero disaccoppiarsi dalla radiazione prima della nucleosintesi primordiale, in modo da non alterarla. Le particelle di materia oscura interagiscono tramite forze gravitazionali, è quindi necessario che abbiano massa (che può essere anche molto grande). Per tali ragioni, queste particelle sono spesso chiamate WIMPs (*Weakly Interacting Massive Particles*, particelle massive debolmente interagenti). Esistono vari candidati per le particelle di materia oscura, che possiamo dividere in due macro-gruppi:

- **Materia oscura fredda (Cold Dark Matter, CDM):** le particelle si disaccoppiano quando sono non-relativistiche, quindi la loro densità di numero segue la distribuzione di Boltzmann $n = g(mT/2\pi)^{3/2}e^{-m/T}$. I candidati di questo tipo sono solitamente particelle supersimmetriche.
- **Materia oscura calda (Hot Dark Matter, HDM):** In questo caso le particelle si disaccoppiano quando sono ancora relativistiche. dovrebbero avere una densità di numero paragonabile a quella dei fotoni. I principali candidati di questo tipo sono i neutrini massivi.

I due tipi di candidati determinano due scenari di formazione delle strutture cosmiche nettamente differenti. Nel caso HDM, le particelle di materia oscura cancellano le perturbazioni su piccola scala semplicemente per diffusione libera all'interno delle buche di potenziale. Questo porta ad uno scenario di tipo *Top-Down*, nel quale le prime strutture a formarsi sono le più grandi, mentre le più piccole si formano per frammentazione successiva. Invece nel caso CDM, le prime strutture a formarsi sono le più piccole (le galassie), che diventano poi i mattoni per la costruzione delle strutture maggiori (scenario *Bottom-Up*). Il favorito è in realtà il secondo scenario: la presenza di HDM non sarebbe compatibile con il tasso osservato di formazione delle strutture.

A.3 Le equazioni di Einstein e la costante cosmologica

Einstein scrisse le equazioni della relatività generale nel 1916. Esse permettono di correlare la metrica dello spazio-tempo $g_{\mu\nu}$ con il tensore energia-impulso $T_{\mu\nu}$, che descrive il contenuto dell'Universo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} , \quad (\text{A.11})$$

dove $R_{\mu\nu}$ e R sono rispettivamente il tensore e lo scalare di Ricci.

Il tensore energia-impulso di un fluido perfetto è dato da:

$$T_{\mu\nu} = -pg_{\mu\nu} + (p + \rho c^2)u_\mu u_\nu , \quad (\text{A.12})$$

dove p è la pressione, ρc^2 è la densità di energia (che include anche il contributo della massa a riposo) e u_μ è la quadrivelocità del fluido (normalizzata in modo tale che $u_\mu u^\mu = 1$).

Solo un anno più tardi Einstein introdusse nelle equazioni un termine di costante cosmologica Λ , in modo da ottenere un Universo statico. L'equazione A.11 fu modificata nel seguente modo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} . \quad (\text{A.13})$$

Per appropriati valori di Λ da quest'equazione si può ottenere effettivamente un Universo statico.

Solitamente l'espressione del tensore energia-impulso viene modificata in modo da riscrivere la A.13 in una forma simile aa quella dell'equazione A.11:

$$\tilde{T}_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} g_{\mu\nu} = \tilde{p}g_{\mu\nu} + (\tilde{p} + \tilde{\rho}c^2)u_\mu u_\nu \quad (\text{A.14})$$

$$\tilde{p} = p - \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \quad (\text{A.15})$$

$$\tilde{\rho} = \rho + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} \quad (\text{A.16})$$

dove p e ρ sono le quantità relative al fluido perfetto e \tilde{p} e $\tilde{\rho}$ sono chiamate rispettivamente *densità efficace* e *pressione efficace*. Le equazioni di Einstein diventano:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}\tilde{T}_{\mu\nu} . \quad (\text{A.17})$$

Queste nuove equazioni hanno le stesse soluzioni delle originali, con l'unica differenza che qui avremo \tilde{p} e $\tilde{\rho}$ invece che p e ρ .

Un modello statico di Universo (con $p = 0$), chiamato modello di Einstein, si può ottenere assumendo

$$\Lambda_E = \frac{4\pi G\rho}{c^2} . \quad (\text{A.18})$$

Quando fu scoperta l'espansione dell'Universo, la costante cosmologica perse la sua importanza e fu definita da Einstein il più grande errore della sua vita. Tuttavia, dopo l'introduzione del modello di inflazione, divenne nuovamente di fondamentale importanza: il suo contributo alla densità ρ_Λ e alla pressione p_Λ furono interpretati come la densità e la pressione del vuoto, ossia lo stato quantistico di minima energia.

In accordo con l'attuale modello cosmologico standard, la costante cosmologica rappresenta la componente dominante della densità dell'universo. Essa è chiamata Energia Oscura, date le sue origini sconosciute. Il suo parametro di densità è:

$$\Omega_\Lambda \sim 0.7 . \quad (\text{A.19})$$

A.4 La metrica di Robertson-Walker

Il principio cosmologico propone un Universo spazialmente omogeneo ed isotropo. In regioni grandi almeno quanto l'attuale volume di Hubble ³ queste due assunzioni sono ben verificate. La metrica di Robertson-Walker rappresenta la soluzione più generale delle equazioni di Einstein in grado di descrivere uno spazio con queste due proprietà.

La materia nell'universo può essere descritta come un fluido continuo, dando a ciascun elemento tre coordinate spaziali x^i ($i = 1, 2, 3$) ed una temporale t , che rappresenta il tempo proprio o il tempo dell'osservatore solidale con l'elemento di fluido. Le coordinate spaziali sono chiamate *coordinate comoventi*.

La quantità ds^2 determina la distanza spazio-temporale tra due eventi che abbiano coordinate x^i e $x^i + dx^i$. Assumendo un generico tensore metrico $g_{\mu\nu}$, ds^2 è dato da:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu . \quad (\text{A.20})$$

Il tensore metrico determina tutte le proprietà geometriche dello spazio. Se la distribuzione di materia è uniforme, lo spazio risulta essere omogeneo ed isotropo: è quindi possibile scegliere un *tempo proprio* in modo tale che ad ogni istante la metrica dello spazio tridimensionale non abbia posizioni e direzioni privilegiate. In tal caso la metrica dello spazio-tempo diventa:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 dt^2 - \tilde{g}_{ij} dx^i dx^j , \quad (\text{A.21})$$

dove il tensore \tilde{g}_{ij} è il tensore metrico dello spazio tridimensionale.

Date le proprietà di questa metrica, risulta conveniente riscriverla in coordinate polari comoventi (r, θ, ϕ) . La sua espressione più generale, chiamata appunto *metrica di robertson-Walker* è la seguente:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2) \right] , \quad (\text{A.22})$$

dove $a(t)$ è il *fattore di scala* e K è il *parametro di curvatura* dell'Universo. Questa metrica è invariante per rotazioni e traslazioni: l'Universo non ha alcuna posizione o direzione privilegiata. Il fattore di scala ha le dimensioni di una lunghezza (r è adimensionale). Il parametro di curvatura determina la curvatura spaziale dell'Universo:

- $K = 0$: spazio piatto, Euclideo, infinito;
- $K = 1$: spazio chiuso, sferico, avente un volume infinito ma privo di bordi;
- $K = -1$: spazio aperto, iperbolico, infinito;

³Il volume di Hubble o sfera di Hubble è definita come la regione di Universo causalmente connessa.

A.5 Le equazioni di Friedmann

Considerando una metrica di Robertson-Walker A.22 con l'espressione vista per il tensore energia-impulso le equazioni di Einstein A.13 danno rispettivamente per le componenti tempo-tempo e per le componenti spazio-spazio:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3}G \left(\tilde{\rho} + 3\frac{\tilde{p}}{c^2} \right) a \quad (\text{A.23})$$

$$a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2Kc^2 = 4\pi G \left(\tilde{\rho} - \frac{\tilde{p}}{c^2} \right) a^2, \quad (\text{A.24})$$

dove il punto indica la derivata rispetto al tempo proprio t . Le componenti di tipo spazio-tempo sono invece identicamente nulle. Infine eliminando \ddot{a} tra le due equazioni si ottengono le cosiddette *equazioni cosmologiche di Friedmann*:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3}G \left(\tilde{\rho} + 3\frac{\tilde{p}}{c^2} \right) a \quad (\text{A.25})$$

$$\dot{a}^2 + Kc^2 = \frac{8\pi}{3}G\tilde{\rho}a^2. \quad (\text{A.26})$$

La distribuzione di materia ed energia è descritta come un fluido perfetto A.12. la densità e la pressione di ciascuna componente sono semplicemente correlate tramite l'equazione di stato:

$$p_x = w\rho_x c^2, \quad (\text{A.27})$$

dove p_x e $\rho_x c^2$ sono rispettivamente la pressione e la densità di energia della x -esima componente. Il parametro w dipende dalla natura del fluido. Per la materia ordinaria e per la radiazione assume valori che sono nel cosiddetto *intervallo di Zeldovich*, ossia $0 \leq w \leq 1$. Tale parametro è correlato alla velocità adiabatica del suono: $v_s = cw^{1/2}$ (questa relazione spiega anche il suo limite superiore). Se l'Universo è dominato dalla polvere incoerente (che non presenta termine di pressione), w è uguale a zero. Se invece domina la radiazione allora avremo $w = 1/3$. Infine se domina la costante cosmologica si ha un termine di pressione negativo con $w = -1$.

Tutti i modelli con $-1/3 \leq w \leq 1$ predicono la singolarità del Big Bang, che corrisponde ad un'epoca nella quale il fattore di scala è nullo.

Il redshift

Il redshift è una quantità che detiene un importante ruolo in cosmologia, dato che è correlata all'espansione dell'Universo ed è direttamente osservabile.

Il redshift non è altro che lo spostamento a frequenze più basse (dunque più rosse) della radiazione emessa da una qualunque sorgente posta a distanze cosmologiche:

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e}, \quad (\text{A.28})$$

dove λ_0 è la lunghezza d'onda osservata e λ_e è la lunghezza d'onda emessa dalla sorgente. La variazione in lunghezza d'onda è dovuta all'espansione dell'universo ed

è legata al fattore di scala $a(t)$ tramite la relazione:

$$1 + z = \frac{a_0}{a}. \quad (\text{A.29})$$

Il parametro di decelerazione

Un altro importante parametro cosmologico è il parametro di decelerazione calcolato al tempo presente q_0 , che è definito come:

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}(t)a(t)}{\dot{a}^2(t)} \quad (\text{A.30})$$

Definizione di distanze

Nello spazio descritto dalla metrica di Robertson-Walker la distanza tra due punti non è una quantità ben definita, in quanto dipende dal modo in cui essa viene misurata.

La *distanza propria* tra il punto P , di coordinate (r, θ, ϕ) , e il punto P_0 , scelto come origine del sistema di riferimento, è definita come la distanza al tempo t misurata da una catena di osservatori che collegano P con P_0 . Assumendo $dt = 0$ e usando l'eq. A.22, otteniamo:

$$d_{pr} = \int_0^r \frac{adr'}{(1 - Kr'^2)} = a \begin{cases} r & \text{per } K = 0 \\ \arcsin(r) & \text{per } K = 1 \\ \operatorname{arcsinh}(r) & \text{per } K = -1 \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

Nel caso di Universo piatto ($\Omega_K = 0$), l'integrale diventa:

$$d_{pr} = \frac{cz}{H_0(1+z)} \left[1 + \frac{z(1-q_0)}{(1+2q_0z)^{1/2} + 1 + q_0z} \right] \quad (\text{A.32})$$

La distanza propria dipende dal tempo t ; il suo valore al tempo attuale t_0 è ottenuto dalla relazione:

$$d_{pr}(t_0) = a_0 f(r) = \frac{a_0}{a} d_{pr}(t) \quad (\text{A.33})$$

Assumendo che la quantità $d_c = a_0 f(r)$ sia la coordinata comovente radiale del punto P , si ottiene:

$$d_c = \frac{a_0}{a} d_{pr}. \quad (\text{A.34})$$

Tuttavia bisogna considerare che la distanza propria non è molto utile nella prospettiva astronomica, data l'impossibilità di misurare contemporaneamente tutti gli elementi tra P e P_0 .

Consideriamo prima di tutto il caso in cui la distanza di un oggetto astronomico, posto in r , sia calcolata a partire dalla conoscenza delle sue dimensioni fisiche d , date da:

$$d = a(t)r\Delta\theta, \quad (\text{A.35})$$

dove $\Delta\theta$ è l'angolo sotteso da d . La *distanza da diametro angolare* è definita come:

$$D_A = ar = \frac{D}{1+z}, \quad (\text{A.36})$$

dove abbiamo introdotto la quantità $D = a_0 r$. In questo modo la relazione che intercorre tra $\Delta\theta$ e D_A è uguale a quella esistente nello spazio euclideo:

$$\Delta\theta = \frac{d}{D_A}. \quad (\text{A.37})$$

Infine consideriamo il caso di una sorgente di luminosità $L(\nu_1)$ alla frequenza ν_1 , dalla quale riceviamo il flusso $F(\nu_0)$. Notiamo che la frequenza osservata ν_0 è diversa da quella emessa a causa del redshift. La luminosità della sorgente non è altro che:

$$L(\nu_1) = \frac{N(\nu_1)h\nu_1}{\Delta\nu_1\Delta t_1}, \quad (\text{A.38})$$

dove $N(\nu_1)$ è il numero di fotoni di energia $h\nu_1$ emesso dalla sorgente nella banda $\Delta\nu_1$ nell'intervallo di tempo proprio Δt_1 . I fotoni giungeranno all'osservatore al tempo presente ad una frequenza $\nu_0 = \nu_1/(1+z)$, nella banda $\Delta\nu_0 = \Delta\nu_1/(1+z)$ e nell'intervallo di tempo proprio $\Delta t_0 = (1+z)\Delta t_1$, mentre il numero di fotoni che verrà raccolto da un telescopio di area dA sarà $N(\nu_0) = [dA/4\pi D^2] N(\nu_1)$. Il flusso misurato sarà dunque:

$$F(\nu_0) = \frac{L(\nu_1)}{4\pi D^2(1+z)^2}. \quad (\text{A.39})$$

Introduciamo quindi la *distanza di luminosità*:

$$D_L = (1+z)D, \quad (\text{A.40})$$

e otteniamo in tal modo, invece dell'equazione A.39, una legge simile alla legge classica:

$$F(\nu_0) = \frac{L(\nu_1)}{4\pi D_L^2}. \quad (\text{A.41})$$

La distanza di luminosità e la distanza da diametro angolare sono chiaramente dipendenti e sono legate dalla relazione:

$$D_A = \frac{D_L}{(1+z)^2}. \quad (\text{A.42})$$

La legge di Hubble

La distanza propria di una sorgente come abbiamo visto dipende dal tempo, dato che è proporzionale al fattore di scala $a(t)$. Possiamo dunque definire una sua velocità radiale, pari alla derivata della distanza propria rispetto al tempo:

$$v_r = \dot{a}f(r) = \frac{\dot{a}}{a}d_{pr}. \quad (\text{A.43})$$

Questa non è altro che la legge di Hubble (vedi sezione A.2.1). Il valore della costante di Hubble sarà dunque:

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} . \quad (\text{A.44})$$

È chiaro che questa *costante* in realtà dipende dal tempo, quindi viene spesso chiamata *parametro di Hubble*.

La densità critica

La densità critica è definita come la densità caratteristica di un Universo piatto, in assenza del termine di costante cosmologica. Assumendo $K = 0$ nelle equazioni A.25, si ottiene:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} = 1.9 \cdot 10^{-29} h^2 \text{gcm}^{-3} . \quad (\text{A.45})$$

Questà quantità rappresenta l'unità di misura delle densità cosmologiche. Si noti che dipende dal tempo come $H^2(t)$.

Il parametro di curvatura

La curvatura dell'Universo è spesso descritta in termini del *parametro di curvatura*, che è definito (usando la prima delle equazioni di Friedmann) come:

$$\Omega_K = 1 - \tilde{\Omega} = -\frac{K}{a^2 H^2} , \quad (\text{A.46})$$

Dove $\tilde{\Omega}$ è la somma dei parametri di densità di tutte le componenti (materia, radiazione e costante cosmologica).

A.5.1 I modelli di Friedmann

Friedmann ha sviluppato tre classi di modelli, in funzione del valore della curvatura dell'Universo.

L'Universo piatto

L'universo piatto è il più semplice, caratterizzato da $\Omega_K = 0$. Se inoltre l'Universo risulta dominato dalla materia $w = 0$, questo modello è chiamato *modello di Einstein-De Sitter*. In tal caso le equazioni A.25 possono essere integrate semplicemente, e otteniamo:

$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{3(1+w)}} , \quad (\text{A.47})$$

o anche

$$t = t_0(1+z)^{-\frac{3(1+w)}{2}} . \quad (\text{A.48})$$

Queste relazioni mostrano che il modello predice un'espansione infinita.

Possiamo anche ottenere:

$$H = \frac{2}{3(1+w)t} \quad (\text{A.49})$$

e

$$q = \frac{1+3w}{2} = \text{costante} . \quad (\text{A.50})$$

La densità per definizione sarà uguale a quella critica:

$$\tilde{\rho} \equiv \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{1}{6(1+w)^2\pi G t^2} . \quad (\text{A.51})$$

L'Universo aperto

Se $\Omega_K < 0$ il fattore di scala cresce senza fine come nel caso di un Universo aperto. Un'espressione analitica può essere trovata solo per un Universo dominato dalla polvere ($w = 0$), nella forma parametrica:

$$a(\theta) = a_0 \frac{\Omega}{2(1-\Omega)} (\cosh \theta - 1) \quad (\text{A.52})$$

$$t(\theta) = \frac{\Omega}{2H_0(1-\Omega)^{3/2}} (\sinh \theta - \theta) . \quad (\text{A.53})$$

L'Universo chiuso

Questi modelli hanno Ω_K maggiore di zero. Il loro comportamento dipende sia dalla quantità di materia che dal valore della costante cosmologica. Se $\Lambda = 0$ (o se il suo valore è trascurabile) esiste un tempo t_{max} al quale la derivata del fattore di scala si annulla, che corrisponde al massimo dell'espansione dell'Universo. Dopo questo istante il fattore di scala inizia a decrescere e l'Universo ricollassa ad un tempo $t = 2t_{max}$ (il Big Crunch). Altrimenti abbiamo un'espansione infinita come nel caso dell'Universo aperto e di quello piatto.

Come nel caso dell'Universo aperto, una soluzione analitica può essere trovata solo per un Universo dominato dalla polvere ($w = 0$):

$$a(\theta) = a_0 \frac{\Omega}{2(1-\Omega)} (1 - \cosh \theta) \quad (\text{A.54})$$

$$t(\theta) = \frac{\Omega}{2H_0(1-\Omega)^{3/2}} (\theta - \sinh \theta) . \quad (\text{A.55})$$

A.5.2 Vincoli osservativi

La figura A.1 mostra i principali vincoli che abbiamo attualmente sul contenuto dell'Universo.

- **Il CMB:** esso rappresenta il più stringente vincolo sui parametri cosmologici. Le più recenti misure dello spettro di potenza del CMB sono state condotte dal

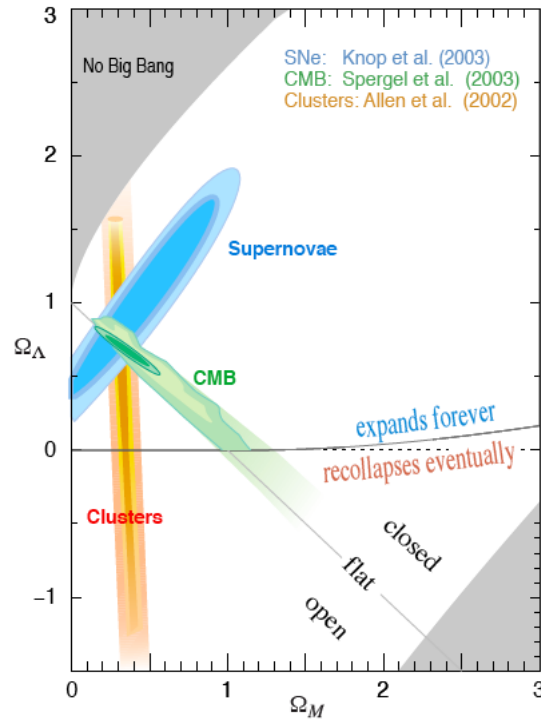


Figura A.1: Regioni di confidenza per Ω_M e Ω_Λ da dati ottenuti tramite CMB, SNIa e ammassi di galassie (Supernova Cosmology Project).

satellite Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP). I dati raccolti indicano che, con buona approssimazione, il nostro Universo è piatto. Il parametro di curvatura ottenuto è infatti:

$$\Omega_K = 0.01 \pm 0.02 . \quad (\text{A.56})$$

Il paradigma dell'inflazione fornisce una spiegazione dinamica al perché l'Universo sia così vicino ad un Universo piatto (e al perché questo non significhi che l'Universo è piatto). Infatti si può dimostrare che durante il periodo di espansione accelerata la densità raggiunge molto rapidamente la densità critica. Si noti tuttavia che una qualsiasi espansione di tipo inflazionistico che duri per un tempo finito, non è in grado di cambiare la geometria dell'Universo (piatta, aperta o chiusa).

- **SNIa:** Le supernovae Ia sono utilizzate come candele standard per testare la geometria dell'Universo, dato che permettono di interpolare la relazione distanza/redshift fino a redshift maggiori di tre (Knop et al., 2003). La loro luminosità intrinseca non è esattamente costante, tuttavia può essere calcolata con sufficiente precisione se è nota la loro curva di luce: comparandola con il flusso osservato si ottiene la loro distanza di luminosità. L'osservazione di questi oggetti rappresenta la più forte evidenza diretta dell'accelerazione cosmica e dunque dell'esistenza di una costante cosmologica positiva.

- **Ammassi di galassie** Questo argomento è trattato in dettaglio nella sezione 1.3. L'osservazione degli ammassi di galassie dà vincoli stringenti su Ω_M , con pochi punti percentuali di incertezza.

Questi tre tipi di misure sono in buon accordo nella determinazione di Ω_M e Ω_Λ , come si può vedere dalla figura A.1. Questo porta alla definizione del cosiddetto modello Λ CDM, che generalmente assume una geometria piatta con componente di materia oscura fredda e costante cosmologica. I valori ottenuti per Ω_M e Ω_Λ sono rispettivamente 0.3 e 0.7.

A.6 La formazione delle strutture cosmiche

Le strutture su larga scala che osserviamo oggi sono il risultato del collasso gravitazionale di piccole fluttuazioni di densità del campo di densità primordiale. Tali fluttuazioni sono oggi osservabili sotto forma di anisotropie del CMB. Presenteremo prima un approccio statistico alla descrizione di tali fluttuazioni. Successivamente descriveremo il processo di formazione delle strutture, prima in trattazione lineare e poi introdurremo il modello di collasso sferico che fornisce una descrizione ragionevole dell'intero processo di formazione. Infine descriveremo la funzione di massa di Press-Schechter degli aloni di materia oscura collassati.

A.6.1 Lo spettro delle perturbazioni di densità

Lo spettro delle perturbazioni di densità fornisce una descrizione statistica della distribuzione di materia nell'Universo e della sua evoluzione. Il campo di densità può essere descritto attraverso la sovrapposizione di onde piane, che presentano il vantaggio di evolvere indipendentemente nel caso in cui le fluttuazioni evolvano linearmente. Ciò significa che si può rappresentare la distribuzione come somma di componenti indipendenti nello spazio di Fourier. In questo modo la densità $\delta(\vec{x})$ è data da:

$$\delta(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \hat{\delta}(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}, \quad (\text{A.57})$$

dove $\hat{\delta}$ è la trasformata di Fourier di $\delta(\vec{x})$. Se il campo di densità è un campo random e isotropo di tipo gaussiano, allora la sua statistica è interamente descritta dallo spettro di potenza $P(k)\delta(\vec{k} - \vec{k}') = \langle \hat{\delta}_{\vec{k}} \hat{\delta}_{\vec{k}'}^* \rangle$. La quantità $P(k)d^3k$ dà il contributo delle perturbazioni su scala k che creano una generica fluttuazione $\delta(\vec{x})$ sul campo di densità.

Si pensa che le fluttuazioni primordiali siano state prodotte durante l'epoca di inflazione e possano essere rappresentate da uno spettro di potenza indipendente dalla scala:

$$P(k) \propto k^n, \quad (\text{A.58})$$

dove l'esponente n è chiamato indice spettrale. Argomenti fisici limitano i possibili valori di n a $n > -3$ per $k \rightarrow 0$ e $n < -3$ per $k \rightarrow \infty$. I modelli inflazionari predicono uno spettro primordiale di forma invariante per scala con $n \simeq 1$.

Il valor medio delle perturbazioni $\delta(\vec{x})$ è identicamente nullo per definizione, mentre si può dimostrare che la sua varianza σ^2 può essere scritta come

$$\sigma^2 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k P(\vec{k}) . \quad (\text{A.59})$$

Essa descriva l'ampiezza delle perturbazioni, ma non ci dà alcuna informazione riguardo la loro struttura spaziale: infatti non dipende dalla posizione nello spazio, ma solo dal tempo (dato che l'ampiezza δ evolve con il tempo).

La varianza σ^2 può formalmente essere infinita. È quindi più conveniente dare una descrizione statistica del campo di fluttuazioni in funzione di una certa scala R_f . Ciò può essere fatto convolvendo il contrasto di densità con un filtro o *funzione finestra* $W(|\vec{x}' - \vec{x}|, R_f)$:

$$\delta(\vec{x}, R_f) = \int d^3x' W(|\vec{x}' - \vec{x}|, R_f) \delta(\vec{x}') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \hat{W}(kR_f) \hat{\delta}(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} , \quad (\text{A.60})$$

dove $\hat{W}(kR_f)$ è la trasformata di Fourier di $W(x, R_f)$. Se la massa media all'interno del volume V_R , corrispondente alla funzione finestra di lato R_f , è $\langle M \rangle = \langle \rho \rangle V_R$, la varianza corrispondente alla scala di massa M è data da:

$$\sigma_M^2 = \frac{\langle (M - \langle M \rangle)^2 \rangle}{\langle M \rangle} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk P(k) k^2 \hat{W}^2(kR) . \quad (\text{A.61})$$

La scelta del filtro è molto importante, dato che definisce il modo con il quale le predizioni del modello e le osservazioni verranno confrontate. Il più semplice è dato da una funzione a gradino, chiamato *filtro top hat*: esso ha un valore costante all'interno di un dato raggio e si annulla a raggi più grandi:

$$W(r) = \begin{cases} 3/(4\pi R^3) & \text{per } r < R \\ 0 & \text{per } r > R \end{cases} \quad (\text{A.62})$$

In questo caso il volume della funzione finestra è $V_R = 4/3\pi R^3$. Il valore di σ trovato usando questo filtro con $R = 8h^{-1} Mpc$ è stato storicamente adottato per definire la normalizzazione dello spettro di potenza σ_8 .

Un altro tipico esempio è il cosiddetto *filtro gaussiano*:

$$W(r) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} R^3} e^{-\frac{r^2}{2R^2}} , \quad (\text{A.63})$$

per il quale $V_R = (2\pi R^2)^{3/2}$.

La funzione di trasferimento

Oltre alla forza di gravità, altri processi di tipo causale, che quindi avvengono all'interno dell'orizzonte, possono influenzare la crescita delle perturbazioni. Sono presi in considerazione attraverso la *funzione di trasferimento* $T(k)$ che è definita attraverso la relazione $P(k) = P_0(k)T^2(k)$, dove $P(k)$ e $P_0(k)$ sono rispettivamente lo spettro di perturbazioni alla ricombinazione e iniziale. I processi fisici più importanti che alterano lo spettro di potenza iniziale sono:

- **Effetto Meszaros:** La crescita delle perturbazioni di densità entro l'orizzonte è congelata prima dell'equivalenza.
- **Diffusione libera:** Le fluttuazioni sono cancellate dalla diffusione libera delle particelle relativistiche (vedi scenario di tipo HDM).
- **Silk damping:** La diffusione dei fotoni, che nell'epoca dominata dalla radiazione trascinano con essi i barioni, cancella le perturbazioni come la diffusione libera delle particelle di tipo HDM.
- **La massa di Jeans:** Le fluttuazioni di densità barionica che raggiungono questa densità critica cominciano a collassare e a formare strutture, mentre fluttuazioni su scala più piccola sono supportate dalla pressione e si comportano come oscillazioni acustiche.

A.6.2 Evoluzione lineare delle perturbazioni

Una trattazione lineare della crescita delle perturbazioni fu elaborata per la prima volta da Jeans agli inizi del novecento. Essa ha le sue basi nella fisica classica Newtoniana, ed è pertanto limitata a descrivere la dinamica di un fluido perfetto in regime non relativistico.

Poniamoci in un sistema di coordinate in cui \vec{x} rappresenta la coordinata comovente e $\vec{r} = a(t)\vec{x}$ la coordinata propria. Se $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ rappresenta la velocità fisica ed $\vec{u} = a(t)\dot{\vec{x}}$ la velocità peculiare, allora

$$\vec{v} = \dot{a}\vec{x} + \vec{u} \quad (\text{A.64})$$

dove il termine $\dot{a}\vec{x}$ descrive il flusso di Hubble, cioè l'espansione globale dell'Universo in assenza di perturbazioni.

Le equazioni che determineranno l'evoluzione delle perturbazioni di densità $\delta(\vec{x})$ (definito come $\delta(\vec{x}) = (\rho(\vec{x}) - \bar{\rho})/\bar{\rho}$), saranno le seguenti:

- L'equazione di continuità:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \nabla_x \cdot (\delta \vec{u}) = 0 \quad (\text{A.65})$$

- L'equazione di Eulero o di conservazione del momento:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + 2H\vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla_x)\vec{u} = -\frac{\nabla_x \phi}{a^2} \quad (\text{A.66})$$

- L'equazione di Poisson:

$$\nabla_x^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho} a^2 \delta, \quad (\text{A.67})$$

dove il simbolo ∇_x indica il gradiente calcolato rispetto alle coordinate comoventi e $\phi(x)$ il potenziale delle fluttuazioni.

Consideriamo ora il caso di piccole perturbazioni, caratterizzate pertanto da $\delta \ll 1$. Conseguenza di tale scelta sarà che tutti i termini non lineari diventeranno trascurabili nel sistema d'equazioni precedente. Si può ricavare allora la seguente equazione:

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \bar{\rho} \delta. \quad (\text{A.68})$$

Come abbiamo già visto, nel caso di un Universo piatto dominato dalla materia, ovvero con $\Omega_M = 1$, l'equazione di Friedmann (A.25) ha soluzione $a(t) \propto t^{2/3}$. La soluzione generale per l'equazione (A.68) avrà allora la seguente forma:

$$\delta(\vec{x}, t) = \delta_+(\vec{x})t^{2/3} + \delta_-(\vec{x})t^{-1}. \quad (\text{A.69})$$

L'espressione dell'equazione (A.69) evidenzia come l'evoluzione delle perturbazioni sia data dalla sovrapposizione di due termini: uno crescente ed uno decrescente, che diventa rapidamente trascurabile.

Nel caso invece di un Universo con $\Omega < 1$, se la perturbazione δ è minore di $1 - \Omega$, allora la perturbazione non si staccherà mai dal flusso di Hubble e si espanderà all'infinito.

A.6.3 Evoluzione in regime non lineare

La teoria di Jeans esplorata fino a questo punto ha validità solo in regime lineare, ovvero solo nel caso di $\delta \ll 1$. Per capire in maniera completa la formazione delle strutture osservate dobbiamo comprendere però anche come evolvono le perturbazioni quando aumentano in ampiezza e δ diventa ~ 1 . Una teoria in grado di seguirne analiticamente l'evoluzione non lineare esiste nel caso del modello del *Collasso Sferico*.

Il collasso sferico

Consideriamo una fluttuazione del campo di densità avente forma sferica, in Universo piatto descritto dal modello di EdS. A seguito del teorema di Birkoff, questa sfera sovradensa si comporta come un Universo chiuso, all'interno del quale la legge di espansione è data da:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} - \frac{K}{a^2}, \quad (\text{A.70})$$

mentre la materia al di fuori della sfera non viene affetta dalla dinamica all'interno di essa. Si ottiene quindi:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4\pi G \rho_0 R(1 + \delta)}{3}, \quad (\text{A.71})$$

dove ρ_0 è la densità media nello spazio circostante e R e δ sono rispettivamente il raggio e la sovradensità della sfera.

Nel caso di un modello di Friedmann per un Universo chiuso, la sfera si espande fino ad un raggio massimo R_{max} al tempo t_{max} e poi collassa. A causa della geometria del problema il tempo del collasso t_c è due volte il tempo massimo t_{max} , mentre il

raggio sarà ovviamente nullo. In tal caso la sfera segue la stessa evoluzione, fino a che il collasso non viene rallentato ed infine stoppato dal supporto di pressione. Il sistema, dopo alcune oscillazioni, raggiunge una configurazione stabile. Tale processo è chiamato *processo di virializzazione*, dato che alla fine le proprietà del sistema sono quelle date dal problema del viriale.

Al tempo di massima espansione si può dimostrare che il rapporto tra le densità della perturbazione e quella dell'ambiente circostante è data da:

$$\chi = \frac{\rho(t_{max})}{\rho_0(t_{max})} \simeq \frac{9}{16}\pi^2 \simeq 5.55 . \quad (\text{A.72})$$

La virializzazione solitamente avviene ad un tempo t_{vir} che è circa uguale al tempo di collasso del modello di Friedmann $t_{vir} = t_c \simeq 2t_{max}$, all'interno di una sfera avente raggio $R_{vir} = R_{max}/2$. Ricordando che $\rho \propto R^3$ e $\rho_0 \propto t^{-2}$, si può facilmente calcolare la sovradensità della perturbazione nell'istante di virializzazione:

$$\Delta_{vir} = \frac{\rho(t_{vir})}{\rho_0(t_{vir})} = \frac{32\rho(t_{max})}{\rho_0(t_{max})} = 32\chi = 18\pi^2 \simeq 178 . \quad (\text{A.73})$$

la teoria del collasso sferico può essere estesa ad altri modelli di Friedmann (anche con la presenza della costante cosmologica), ottenendo diversi valori per la sovradensità alla virializzazione. Nel caso del modello Λ CDM si ottiene $\delta_{vir} \simeq 100$.

Se estrapolata in accordo alla teoria lineare, può essere mostrato che la densità critica alla virializzazione in un modello di EdS è $\delta_{sc} = 1.686$, con valori leggermente differenti per i modelli Λ CDM.

A.6.4 La funzione di massa degli aloni di materia oscura

Press & Schechter (1974) (PS) calcolarono la distribuzione di massa attesa per gli aloni di materia oscura virializzati. Le loro assunzioni di base sono che il processo possa essere descritto da un modello di collasso sferico e che le fluttuazioni di densità primordiali siano di tipo gaussiano. In questo campo di densità la frazione attesa di punti che sia circondata da tali sfere, identifica la frazione di elementi di fluido destinata ad essere parte di un alone collassato di massa maggiore o uguale a $4/3\pi(aR)^3\rho_0$, dove ρ_0 è la densità media.

$$F(R, z) = \int_{\delta_c}^{\infty} d\delta P(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}D(z)\sigma_{R,0}} e^{-\frac{\delta_s^2 c}{2D^2(z)\sigma^2 R_0}} . \quad (\text{A.74})$$

Tuttavia integrando la precedente formula si ottiene che solo la metà dei punti attesi fanno parte di un agglomerato di una qualsiasi massa. Questo è dovuto al fatto che la derivazione di PS non contempla la possibilità che una regione sottodensa su scala M_1 possa successivamente essere sovradensa su una scala maggiore $M_2 > M_1$, perdendo così un fattore due nelle equazioni. La predetta funzione di distribuzione di massa è

$$n(M)dM = -2\frac{\rho}{M}\frac{\partial F}{\partial R}\frac{dR}{dM}dM = \frac{\rho}{M}f(\nu)\frac{d\nu}{dM}dM \quad (\text{A.75})$$

con

$$f(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\nu^2/2} . \quad (\text{A.76})$$

la funzione f dipende solo dalla variabile $\nu = \delta_c/\sigma_M$ ed è normalizzata ad uno. La quantità $\delta_c(z)$ è la sovradensità della teoria lineare estrapolata al tempo presente per una fluttazione sferica uniforme che collapsi a redshift z .

Bibliografia

- [1] Abell T., Anninos P., Zhang Y., Norman M. L., 1997, *New Astronomy*, 2, 181
- [2] Abroe M. E., Balbi A., Borrill J., Hanany S., Ferreira P. G., Jaffe A. H., Lee A. T., Olive K. A., Rabii B., Richards P. L., Smoot G. F., Stompor R., Winant C., D., Wu J. H. P., 2002, *MNRAS*, 334, 11
- [3] Allen S. W., 2006, *aglu.progE*, 1A
- [4] Allen S. W., Schmidt R. W., Ebeling H., Fabian A. C., van Speybroek L., 2004, *MNRAS*, 353, 457
- [5] Allen S. W., Schmidt R. W., Fabian A. C., 2001, *MNRAS*, 328, L37
- [6] Arnaud M., Majerovicz S., Lumb D., Neumann D. M., Aghanim N., Blanchard A., Boer N., Burke D. J., Collins C. A., Giard M., Nevalainen J., Nichol R. C., Romer A. K., Sadat R., 2002, *A&A*, 390, 27
- [7] Arnaud M., Pointecouteau E., Pratt G. W., 2005, *A&A*, 441, 893
- [8] Barnes J. & Hut P., 1986, *Nature*, 324, 446
- [9] Binney & Tremaine, 1987
- [10] Biviano A. & Girardi M., 2003, *ApJ*, 585, 205
- [11] Boella G., Butler R. C., perola G. C., Piro L., Scarsi L., Bleeker J. A. M., 1997, *A&AS*, 122, 299
- [12] Böhringer H., Matsushita K., Churazov E., Ikebe Y., Chen Y., 2002, *A&A*, 382, 804
- [13] Böhringer H., Schuecker P., Guzzo L., Collins C.A., Vooges W., Crudace R. G., Ortiz-Gil A., Chincarini G., De Grandi S., Edge A. C., MacGillvray H. T., Neumann D. M., Schindler S., Shaver P., 2004, *A&A*, 425, 367

-
- [14] Böhringer H., Schuecker P., Pratt G. W., Arnaud M., Ponman T. J., Croston J. H., Borgani S., Bower R. G., Briel U. G., Collins C. A., Donahue M., e. a., 2007, *A&A*, 469, 363
- [15] Borgani S., Rosati P., Tozzi P., Stanford S. A., Eisenhardt P. R., Lidman C., Holden B., Della Ceca R., Norman C., Squires G., 2001, *ApJ*, 561, 13
- [16] Borgani S., Murante G., Springel V. e. a., 2004, *MNRAS*, 348, 1078
- [17] Borgani S., Finoguenov A., Kay S. T., Ponman T. J., Spingel V., Tozzi P., Voit G. M., 2005, *MNRAS* 361, 203
- [18] Borgani S., Diaferio A., Dolag K., Schindler S., 2008, *SSRv*, 134, 269
- [19] Bullock J. S., Kravtsov A. V., Weinberg D. H., 2001, *ApJ* 548, 33
- [20] Burenin R. A., Vikhlinin A., Hornstrup A., Ebeling H., Quintana H., Mescheryakov A., 2007, *ApJS*, 172, 561
- [21] Cavaliere A., Fusco-Fermiano R., 1976, *A&A*, 49, 137
- [22] Cen R., 1992, *ApJ*, supp, 78,341
- [23] Croston 2008
- [24] De Grandi S., Molendi S., 2002, *ApJ*, 567, 163
- [25] Efstathiou G., Davis M., White S. D. M., Frenk C. S., 1985, *ApJS*, 57, 241E
- [26] Eke V. R., Cole S., Frenk C. S., 1996, *MNRAS*, 282, 263
- [27] Eke V. R., Navarro J. F., Frenk C. S., 1998, *ApJ*, 503, 569
- [28] Ettori S., Tozzi P., Rosati P., 2003, *A&A*, 398, 879
- [29] Ettori S., De Grandi S. & Molendi S., 2002, *A&A*, 391, 841
- [30] Evrard A. E., 1990, *ApJ*, 363, 349
- [31] Evrard A. E., Metzler C. A., Navarro J. F., 1996, *ApJ*, 469, 494
- [32] Fabian A. C., Sanders J. S., Ettori S., Taylor G. B., Allen S. W., Crawford C. S., Iwasawa K., Johnstone R. M., 2001, *MNRAS*, 321, L33
- [33] Finoguenov A., Guzzo L., Hasinger G., Scoville N. Z., Haussel H., Böhringer H., Brusa M., Capak P., Cappelluti N., Comastri A., Giodini S., Griffiths R. E. e. a., 2007, *ApJS*, 172, 182
- [34] Finoguenov A., Reiprich T. H. & Böhringer H., 2001, *A&A*, 368, 749

-
- [35] Fukugita M., Hogan C. J., Peebles P. J. E., 1998, *ApJ*, 503, 518
- [36] Gehrels N., Chincarini G., Giommi P., Mason K.O., Nousek J. A., Wells, A.A., White N. E., Barthelmy S. D., Burrows D. N., Cominsky R. L. Hurley K. C. e. a., 2004, *ApJ*, 611, 1005
- [37] Gingold R. A. & Monaghan J. J., 1977, *MNRAS*, 181, 375
- [38] Guth A. H. & Weinberg E. J., 1981, *Phys Rev D*, 23, 876
- [39] Haiman Z., Allen S., Bahcall N., Bautz M., Böhringer., Borgani S., Bryan G., Cabrera B., Canizares C., Citterio O., Evrard A., Finoguenov A. e. a., 2005, *ArXiv Astrophysics e-prints*
- [40] Henry J. P., Mullis C. R., Voges W., Böhringer H., Briel U. G., Gioia I. M., Huchra J. P., 2006, *ApJS*, 162, 304
- [41] Hernquist L., 1993, *ApJS*, 86, 349
- [42] Hubble E. & Humason M. L., 1931, *ApJ*, 74, 43
- [43] Jeltama T. E., Hallman E. J., Burns J. O., Motl P. M., 2007, *ArXiv Astrophysics e-prints*
- [44] Jeltama T. E., Hallman E. J., Burns J. O., Motl P. M., 2008, *ApJ*, 681, 167
- [45] Kay S.T., Thomas P. A., Jenkins A., Pearce F. R., 2004, *MNRAS*, 355, 1091
- [46] Kay S. T., da Silva A. C., Aghanim N. e. a., 2007, *MNRAS*, 377, 317
- [47] Kravtsov A. V., Vikhlinin A., Nagai D., 2006, *A&A*, submitted, *astro-ph/0603205*
- [48] Komatsu E., Dunkley J., Nolta M. R., Bennett C. L., Gold B., Hinshaw G., Jarosik N., Larson D., Limon M., Page L., Spergel D. N., Halpern M., Hill R. S., Kogut A., Meyer S. S., Tucker G. S., Weiland J. L., Wollack E., Wright E. L., 2008, *astro-ph arXiv:0803.0547*
- [49] Komatsu E. & Seljak U., 2001, *MNRAS*, 327, 1353
- [50] LaRoque S. J., Bonamente M., Carlstrom J. E., Joy M. K., Nagai D., Reese E. D., Dawson K. S., 2006, *ApJ*, 652, 917
- [51] Lin Y.-T., Mohr J. J., Stanford S. A., 2003, *ApJ*, 591, 749
- [52] Lucy L. B., 1977, *ApJ*, 82, 1013
- [53] Mahdavi A., Hoekstra H., Babul A., Henry J. P., 2008, *MNRAS*, 128

- [54] Markevitch M., Vikhlinin A., 2007, *Phys. Rep.*, 443, 1
- [55] Markevitch M., Vikhlinin A., Forman W. R., Sarazin C. L., 1999, *ApJ*, 527, 545
- [56] Martin C. L., 1999, *ApJ*, 513, 156
- [57] Mastropietro C. & Burkert A., *MNRAS*, 389, 967
- [58] Mathiesen B. & Evrard A. E., 2001, *ApJ*, 546, 100
- [59] Mazzotta P., Rasia E., Moscardini L., Tormen G., 2004, *MNRAS*, 354, 10
- [60] McCarthy I. G., Bower R. G., Balogh M. L., Voit, G. M., Pearce F. R., Theuns T., Babul A., Lacey C. G., Frenk C. S., 2007, 376, 497
- [61] Mitsuda K., Bautz M., Inoue H., Kelley R. L., Koyama K., Kunieda H., Makishima K., Ogawara Y., Petre R., Takahashi T., Tsunemi H., White N. E., Anabuki N., Angelini L., Arnaud K., Awaki H. e. a. 2007, *PASJ*, 59, 1
- [62] Mohr J. J., Mathiesen B., Evrard A. E., 1999, *ApJ*, 560, 194
- [63] Monaghan J. J. & Lattanzio J. C., 1985, *A&A*, 149, 135
- [64] Nagai D., Vikhlinin A., Kravtsov A. V., 2007a, *ApJ*, 655, 98
- [65] Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1996, *ApJ*, 462, 563
- [66] Neumann D. M., Arnaud M., 1999, *A&A*, 348, 711
- [67] Neumann D. M., Arnaud M., 2001, *A&A*, 373, L33
- [68] Neumann D. M., 2005, *A&A*, 439, 465
- [69] O'Hara T. B., Mohr J. J., Bialek J. J., Evrard A. E., 2006, *ApJ*, 639, 64
- [70] Peterson J. R., Paerels F. B. S., Kaastra J. S., Arnaud M., Reiprich T. H., Fabian A. C., Mushotzky R. F., Jernigan J. G., Sakelliou I., 2001, *A&A*, 365, L104
- [71] Piffaretti R., Jetzer P., Kaastra J. S., Tamura T., 2005, *A&A*, 433, 101
- [72] Piffaretti R. & Valdarnini R., 2008, *A & A*, ...
- [73] Pointecouteau E., Arnaud M., Kaastra J., de Plaa J., 2004, *A&A*, 433, 101
- [74] Ponman T. J., Cannon T. B., Navarro J. F., 1999, *Nature*, 397, 135

- [75] Ponman T. J., Sanderson A. J. R., Finoguenov A., 2003, MNRAS, 343, 331
- [76] Poole G. B., Fardal M. A., Babul A., MacCarthy I. G., Quinn T., Wadsley J., 2006, MNRAS, 373, 881
- [77] Poole G. B., Babul A., McCarthy I. G., Fardal M. A., Bildfell C. J., Quinn T., Mahdavi A., 2007, MNRAS, 380, 427
- [78] Power C., Navarro J. F., Jenkins A., Frenk C. S., White S. D. M., Springel V., Stadel J., Quinn T., MNRAS, 338, 14
- [79] Pratt G. W., Arnaud M., Pointecouteau E., 2006, A&A, 446, 429
- [80] Pratt G. W., Böringer H., Croston J. H., Arnaud M., Borgani S., Finoguenov A., Temple R. F., 2007, A&A, 461, 71
- [81] Pratt G. W. & Arnaud M., 2002, A&A, 394, 375
- [82] Press W. H. & Schechter P., 1974, ApJ, 187, 425
- [83] Rasia E., Tormen G., Moscardini L., 2004, MNRAS, 351, 237
- [84] Rasia E., Ettori S., Moscardini L. e. a., 2006, MNRAS, 369, 2013
- [85] Rines K., Geller M. J., Kutz M. J., Diaferio A., 2003, AJ, 126, 2152
- [86] Rosati P., Borgani S., Norman C., 2002, ARAA, 40, 539
- [87] Rosati P., Tozzi P., Ettori S., Mainieri V., Demarco R., Stanford S. A., Lidman C., Nonino M., Borgani S., Della Ceca R., Eisenhardt P., Holden B. P., Norman C., 2004, AJ, 127, 230
- [88] Sarazin C. L., 1988, *X-ray Emission from Clusters of Galaxies*, Cambridge University Press
- [89] Sasaki S., 1996, PASJ, 48, L119
- [90] Schuecker P., Guzzo L., Collins C. A., Böhringer H., 2002, MNRAS, 335, 807
- [91] Smith G. P., Smile I., Kneib J. P. e. a., 2002, MNRAS, 330, 1
- [92] Solovyeva L., Anhokin S., Sauvageot J. L., Teyssier L., Neumann D., 2007, ArXiv e-prints, 710
- [93] Spergel D., Verde L., Peiris H., Komatsu E. e. a., 2003, ApJS; ArXiv Astrophysics e-prints 0302209
- [94] Spergel D., Bean R., Doré O., Nolta M. R., Bennett C. L., Dunkley J., Hinshaw G., Jarosick N. e. a., 2007, ApJS 170, 377

- [95] Springel V., Yoshida N., White S., 2001, MNRAS, 288, 545
- [96] Springel V. & Hernquist L., 2003, MNRAS, 339, 289S
- [97] Springel V., 2005, MNRAS, 364, 1105
- [98] Suto Y., Sasaki S., Makino N., 1998, ApJ, 509, 544
- [99] Tanaka Y., Inoue H. Holt S. S., 1994, PASJ, 46, L37
- [100] Tormen G., Bouchet F. R., White S. D. M., 1997, MNRAS, 286, 865
- [101] Tozzi P., Normann C., 2001, ApJ, 546, 63
- [102] Truemper J., 1982, Advances in Space Research, 2, 241
- [103] Valdarnini R., 2006, New Astronomy, 12, 71
- [104] Vikhlinin A., Forman W., Jones C., 1999, ApJ, 525, 47
- [105] Vikhlinin A., Markevitch R., Murray S. S., Jones C., Forman W., Van Speybroek L., 2005, ApJ, 628, 655
- [106] Vikhlinin A., Kravstov A., Forman W. e. a., 2006, ApJ, 640, 691
- [107] Vikhlinin A., 2006, ApJ, 640, 710
- [108] Viola M., Monaco P., Borgani S., Murante G., Tornatore L., 2008, MNRAS, 383, 777
- [109] Vitvitska M., Klypin A. A., Kravtsov A. V., Wechsler R. H., Primack J. R., Bullock J. S., 2002, ApJ, 581, 799
- [110] Voigt L. M. & Fabian A. C., 2006, MNRAS, 368, 518
- [111] Voit G. M., Bryan G. L., Balogh M. L., Bower R. G., 2002, ApJ, 576 601
- [112] Voit G. M., Balogh M. L., Bower R. G., Lacey G. C., Bryan G. L., 2003, ApJ, 593, 272
- [113] Voit G. M., 2005, Reviews of Modern Physics, 77, 207
- [114] Wadsley J. W., Stadel J., Quinn T., 2004, New Astronomy, 9, 137
- [115] White S. D. M., Efstathiou G., Frenk C. S., 1993, MNRAS, 262, 1023
- [116] Zhang Y.-Y., Böhringer H., Finoguenov A., Ikebe Y., Matsushita K., Schuecker P., Guzzo L., Collinc C. A., 2006, A&A, 456, 55

Ringraziamenti

Un sentito ringraziamento va a coloro che mi hanno seguita nel progetto di tesi ed hanno lavorato con me in questo periodo: al mio relatore, Stefano Borgani, e al mio correlatore, Pierluigi Monaco, da cui ho davvero imparato tanto; a Chiara Mastropietro, senza la quale i nostri aloni si sarebbero difficilmente scontrati, e a Giuseppe Murante, senza il quale non avremmo avuto aloni da far scontrare; infine a Luca Tornatore, per l'aiuto con il codice di simulazione GADGET-2 ed i suoi terribili outputs. Senza dilungarmi sui particolari della preziosa collaborazione, vorrei semplicemente sottolineare che senza tutti loro questo progetto non sarebbe stato, quindi, grazie di cuore.

Chiaramente grazie alla mia famiglia, la famiglia ristretta ma anche quella allargata (nominarvi tutti è veramente lungo: mamma, papà, fratellone, zie, zii, cugini..) perchè in tutti questi anni mi siete stati vicini, mi avete sostenuta e avete creduto in me, e anche perché avete sopportato le mie manie e le mie paranoie.

Grazie a Giangiacomo (sia quello con il nome attaccato che quello con il nome staccato), perchè c'è, in ogni momento, per qualsiasi cosa: uno dei più bei regali che mi hanno fatto la fisica e questa città.

Grazie al dipartimento di fisica di Trieste per avermi adottata, ho vissuto 5 splendidi anni.. mi mancherete tantissimo.

È impossibile fare un elenco, di tutte le persone con cui ho condiviso la vita negli ultimi anni e che hanno significato tanto per me, temo vi dovrete accontentare di un ringraziamento generico e generalizzato: se vi state domandando “Ma sono incluso anche io in questi ringraziamenti??”, la risposta sarà certamente “Sì, grazie anche a te!”. E se non ve lo state domandando, la risposta è comunque la stessa.

Come praticamente tutto ciò che ho fatto negli ultimi anni, anche questi ringraziamenti sono stati scritti di fretta (domani si discute ed ho ancora 1001 cose da fare..) ma credetemi, senza tutti voi non ce l'avrei fatta.